Universität Paderborn
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Dr. Job Kuit

Sommersemester 2024

Lineare Algebra für Informatiker

10. Hausaufgabenblatt

Hausaufgabe 10.1 Sei K ein Körper sowie $\mathcal{A} = \{a_1, \ldots, a_n\}$ und $\mathcal{B} = \{b_1, \ldots, b_n\}$ Basen von K^n. Wir definieren die folgenden Matrizen, indem wir die Basisvektoren als Spalten einsetzen:

$$A = \begin{pmatrix} | & | & | \\ a_1 & \cdots & a_n \\ | & | & | \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} | & | & | \\ b_1 & \cdots & b_n \\ | & | & | \end{pmatrix}.$$

(a) Zeigen Sie, dass für die Basiswechselmatrix gilt:

$$M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}}(\mathrm{id}) = A^{-1}B.$$

(b) Bestimmen Sie $M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}}(\mathrm{id})$, falls $K = \mathbb{R}$, $n = 3$ und

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Hausaufgabe 10.2

(a) Sei V der Vektorraum der (2×2)–Matrizen über $\mathbb{R}$. Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(g)$ von

$$g\colon V \to V, \quad A \mapsto {}^tA + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot A$$

bezüglich der Basis

$$\mathcal{B} = \left\{ v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

(b) Bestimmen Sie alle Matrizen A mit $g(A) = B$, wobei

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Abgabe der Hausaufgaben bis zum Sonntag, den 30.06.2024, 23.59 Uhr in Panda.