Universität Paderborn
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Dr. Job Kuit

Sommersemester 2024

Lineare Algebra für Informatiker

6. Hausaufgabenblatt

Hausaufgabe 6.1 Bestimmen Sie für jede der folgenden Paaren von Vektorräume V über $\mathbb{R}$ und Teilmengen U von V, ob U ein Unterraum von V ist und bestimmen Sie gegebenenfals eine Basis und die Dimension von U.

(a) $V = \mathrm{Mat}_{n,n}(\mathbb{R})$, $U = \{A \in V : A \text{ ist antisymmetrisch}\}$

(b) $V = \mathbb{R}^4$, $U = \{x \in V : x_1 = 2x_3\}$

(c) $V = \mathbb{R}^4$, $U = \{x \in V : x_1^2 - x_2^2 = 0\}$

Hausaufgabe 6.2 Sei K ein Körper und $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass

$$U = \{A \in \mathrm{Mat}_{n,n}(K) : A \text{ ist eine obere Dreiecksmatrix}\}$$

ein Unterring von $\mathrm{Mat}_{n,n}(K)$ ist.

Hausaufgabe 6.3 Sei K ein Körper und sei $A \in \mathrm{Mat}_{4,4}(K)$ sodass $A_{i,j} = 0$ für alle i, j mit $1 \leq i \leq j \leq 4$. Zeigen Sie, dass es eine $n \in \mathbb{N}$ gibt, sodass $A^n = 0$ die Nullmatrix ist.

Hausaufgabe 6.4 Bestimmen Sie alle $s, t, u \in \mathbb{R}$, sodass

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} s & 7+2t & -3t+2 & s+t-1 \\ -5 & -16 & 20 & -12 \\ -t+10 & -2s & 7+u & -21 \\ 7 & 21 & -26 & 15 \end{pmatrix}$$

Abgabe der Hausaufgaben bis zum Sonntag, den 02.06.2024, 23.59 Uhr in Panda.