Universität Paderborn Sommersemester 2025
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. Bernhard Krötz, Dr. Job Kuit

Lineare Algebra 2

13. Übungsblatt

Präsenzaufgabe 13.1 Sei K ein Körper und I eine Menge. Für jedes $i \in I$ sei V_i ein Vektorraum über K. Beweisen Sie, dass

$$\left(\bigoplus_{i\in I} V_i\right)^* = \prod_{i\in I} V_i^*$$

Präsenzaufgabe 13.2 Sei K ein Körper und seien V und W Vektorräume über K.

(a) Sei $j \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass jede lineare Abbildung $\phi : V \to W$ eine eindeutige lineare Abbildung $\phi^{\wedge j} : V^{\wedge j} \to W^{\wedge j}$ induziert, sodass

$$\phi^{\wedge j}(v_1 \wedge v_2 \wedge \cdots \wedge v_j) = \phi(v_1) \wedge \phi(v_2) \wedge \cdots \wedge \phi(v_j) \qquad (v_1, \ldots, v_j \in V).$$

(b) Nehme an, dass V endlich dimensional ist und setze $n = \dim(V)$. Sei $\phi : V \to V$ eine lineare Abbildung. Zeigen Sie, dass $\phi^{\wedge n} = \det(\phi)$.