Universität Paderborn
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. Bernhard Krötz, Jannik Michel

Sommersemester 2023

Mannigfaltigkeiten

6. Übung

Aufgabe 6.1 Sei V ein endlichdimensionaler Vektorraum über einem Körper $\mathbb{K}$, $n \in \mathbb{N}$ und S_n die symmetrische Gruppe von Grad n. Zeigen Sie, dass genau eine lineare Wirkung

$$\rho : S_n \to \mathrm{GL}(V^{\otimes n})$$

existiert, d.h. $\rho(1) = \mathrm{Id}$ und $\rho(\sigma\tau) = \rho(\sigma)\rho(\tau)$ für alle $\sigma, \tau \in S_n$, mit

$$\rho(\sigma)(v_1 \otimes \cdots \otimes v_n) = v_{\sigma^{-1}(1)} \otimes \cdots \otimes v_{\sigma^{-1}(n)}$$

für alle $v_1, \cdots, v_n \in V$.

Aufgabe 6.2 Sei $\mathbb{K}$ ein Körper, $k \in \mathbb{N}$ und $V, V_1, \cdots, V_k, W, Z$ endlich dimensionale $\mathbb{K}$-Vektorräume. Zeigen Sie, dass basisunabhängige Isomorphismen

(i) $\mathcal{L}(V, W^*) \cong \mathcal{L}_2(V, W; \mathbb{K})$

(ii) $\mathcal{L}_k(V_1, \cdots, V_k; W^* \otimes Z) \cong \mathcal{L}_{k+1}(V_1, \cdots, V_k, W; Z)$

(iii) $\mathcal{L}(V \otimes W^*, Z) \cong \mathcal{L}(V, W \otimes Z)$

existieren.