Frankfurt/Main, 16. August 2019

An die Kultusministerkonferenz

z. Hd. ihres Präsidenten
Herrn Staatsminister Prof. Dr. Alexander Lorz

Postfach 110342
10833 Berlin

per E-Mail und Briefpost

Bildungsstandards im Schulfach Mathematik

Sehr geehrter Herr Minister Lorz,

vor zwei Jahren hatten sich 130 Mathematiklehrende aus Schulen und Hochschulen in einem Brandbrief zur Situation des Mathematikunterrichtes an die Kultusminister-Konferenz gewandt [Brandbrief]. Dieser Brandbrief wird inzwischen von über 300 Persönlichkeiten unterstützt; ein Drittel davon sind Lehrkräfte an Schulen.

Mittlerweile gab es auch in Österreich einen großen Protest mit 4670 Unterschriften gegen die kompetenzorientierte österreichische Zentralmatura in Mathematik [Ö].

Frankreich hat vor einem Jahr die Notbremse gezogen und mit dem *Rapport Villani/Torossian* eine Initiative gestartet, die eine radikale Abkehr von den unsäglichen Reformen des Mathematikunterrichtes initiiert [VT], [Agr]. Frankreich will seine Zukunft nicht verspielen, hat dem Mathematikunterricht nationale Priorität eingeräumt, und beschlossen, darin zur fachlichen Normalität zurückzukehren, beginnend mit der Grundschule.

Angesichts dieser Entwicklung wenden wir uns heute wiederum an die Kultusministerkonferenz mit der dringenden Bitte, jetzt auch in Deutschland endlich zu handeln, und die Bildungsstandards für den Mathematikunterricht im Fach Mathematik aus den Jahren 2003 [BilM], 2004 [BilP] und 2012 [BilH] zu revidieren, gerade jetzt, wo etliche Bundesländer zu G9 zurückkehren und ihre Kernlehrpläne entsprechend anpassen müssen.

Ein solider Mathematikunterricht kann gelingen, wenn

- die Rahmenbedingungen stimmen,
- die Lehrpläne dem fachlichen Aufbau der Mathematik folgen, in dem ein roter Faden erkennbar ist,
- die Kinder und Jugendlichen sich jeweils mit denjenigen Inhalten der Mathematik auseinandersetzen, die ihrer Altersstufe gemäß sind,
- ein positives Lernklima besteht,
- alle Lehrkräfte den Unterricht in der ihnen rechtlich garantierten pädagogischen Freiheit gestalten können.

Im Februar 2019 hat die Mathematik-Kommission der Fachverbände Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV), Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) und Verband zur Förderung des MINT-Unterrichts (MNU) für das Fach Mathematik *19 Maßnahmen für einen konstruktiven Übergang Schule-Hochschule* vorgeschlagen [Koepf]. Diese Maßnahmen zielen in erster Linie auf Rahmenbedingungen, zugleich aber auch auf eine *Konkretisierung der Bildungsstandards*.

Mit dem vorliegenden Brief möchten wir Unterzeichner ganz konkret darstellen, welche Änderungen in den Bildungsstandards im Einzelnen notwendig sind.

Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich vom 15.10.2004 [BilP]

Das *schriftliche Teilen,* auch durch zweistellige Zahlen, muss verpflichtend in die Bildungsstandards aufgenommen werden, ebenso einfache Teilbarkeitsregeln. (Auch in Frankreich wird jetzt das schriftliche Teilen wieder eingeführt).

Am Rande sei angemerkt, dass das *bayerische Verfahren zur schriftlichen Subtraktion* **nicht** dazu geeignet ist, später damit das schriftliche Teilen geschickt auszuführen. In der Praxis wird diese Subtraktions-Methode nämlich mit unübersichtlichen Durchstreichungen umgesetzt (s. den Anhang [1]). Bayern sollte sich wieder umstellen, und dieses Subtraktionsverfahren sollte **keinesfalls** in anderen Bundesländern übernommen werden.

Um die benötigte Zeit für das sorgfältige Einüben der schriftlichen Rechenverfahren zu gewinnen, ist die Leitidee *„Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit“* aus den Primarstufen-Standards zu entfernen. Eine Pseudo-Stochastik in der Grundschule, wo noch keine Bruchrechnung vorhanden ist, raubt dem eigentlichen Erlernen des Rechnens Zeit. Sie ist nicht altersgemäß und bewirkt unter Umständen auch falsche Vorstellungen über Zufallsexperimente, wie das Beispiel im Anhang [2] aus dem VERA-Test 2010 zeigt, s. auch [VERA].

In der Primarstufe ist Kopfrechnen besonders wichtig. Über das kleine Einmaleins sollte jemand nicht bei jeder Aufgabe neu nachdenken müssen. Dazu ist es nötig, die Einmaleins-Reihen auswendig zu können. Man entlastet die Schüler dadurch später von elementarem Kalkül und ermöglicht die Konzentration auf den mathematischen Gehalt einer Aufgabe. Die Wiedererlangung der Fähigkeit zum Kalkül durch Wiederholung, Kopfrechen-Übungen und intelligentes Rechnen gehört jetzt auch in Frankreich zum neuen Programm, und zwar für alle Altersstufen. (Siehe [VT] Seite 10, Punkt 12.)

Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss vom 4.12.2003 [BilM]

Wie in [Koepf] erwähnt, müssen bei der Überarbeitung der Bildungsstandards die Ergebnisse der MaLeMINT-Studie berücksichtigt werden [MaLeMINT].

In dieser Befragung von 1000 Mathematikdozenten der Hochschuleingangssemester über die mathematischen Erfordernisse zum Studienbeginn stellte das IPN bereits im Jahr 2016 fest, dass der *klassische Mittelstufen-Schulstoff,* der auch im Brandbrief explizit erwähnt ist, übereinstimmend von allen Befragten als *essentiell* für alle mathematikbasierten Studiengänge bezeichnet wurde. Folgende Themen der Sekundarstufe I gehören unverzichtbar zum lückenlosen Aufbau der Mathematik und müssen, sofern nicht dort schon erwähnt, in die Standards aufgenommen werden; stilistisch empfiehlt sich hierbei die Systematik des schweizer Kanons [Kanon].

Im Zusammenhang mit der *Bruchrechnung:* größter gemeinsamer Teiler, kleinstes gemeinsames Vielfaches, Primfaktorzerlegung, Teilbarkeitsregeln.

In der *Algebra:* binomische Formeln, quadratische Ergänzung, Satz von Vieta, Termumformungen zum Faktorisieren, Potenz- und Wurzelrechnung, insbesondere Quadratwurzeln (auch im Zusammenhang mit den binomischen Formeln) und Potenzen mit rationalen Exponenten. Außerdem Logarithmen, Bruch- und Wurzelterme und -Gleichungen sowie einfache Exponentialgleichungen. Die verschiedenen Rechenarten müssen auch in Kombination angewendet werden können. Nach wie vor *Kopfrechnen*, dabei auch geschicktes Rechnen, Erkennen und Ausnutzen von Rechenvorteilen. Die Quadratzahlen bis $20^2 = 400$ sollte man auswendig können.

Das Begründen und Beweisen ist in der Mathematik Weg und Ziel. Daher müssen das Analysieren, das Strukturieren, das Argumentieren und Schließen integraler Bestandteil des Mathematikunterrichts sein, selbstverständlich altersgemäß. In der Sekundarstufe I bietet die Euklidische Geometrie viele Möglichkeiten (unterschiedlichen Niveaus und Abstraktionsgrades), aber auch die Algebra und die Arithmetik eröffnen den Schülerinnen und Schülern Chancen zum kritischen Denken und Hinterfragen. Die Mathematikgeschichte kann die (keinesfalls fertige!) Entwicklung dieser Kulturtechnik darlegen. So ist es in der Mittelstufe z. B. angebracht, Euklids Beweis, dass es unendlich viele Primzahlen gibt, durchzunehmen. Dass $n \cdot (n-1) \cdot (n+1)$ durch 6 teilbar ist, sollten Schüler in dieser Altersstufe schon selbst begründen können. Beweisen ist zugleich eine Methode nachhaltigen Lernens, weil hierbei etwas verstanden wird!

In der Geometrie (ohne Karo-Raster!): Dreieckskonstruktionen (Inkreis, Umkreis, Schwerpunkt eines Dreiecks) und Kreisgeometrie, Umfangswinkelsatz, insbesondere der Satz des Thales. Strahlensätze und Ähnlichkeit, geometrische Abbildungen, Satzgruppe des Pythagoras.

Stereometrie: Volumen und Oberfläche (Würfel, Quader, Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel), Schrägbilder zeichnen, Schulung der Raumanschauung.

Trigonometrie: Sinus, Cosinus, Tangens und Cotangens am rechtwinkligen Dreieck, Sinus-Satz, Kosinus-Satz, Dreiecksberechnungen.
Einheitskreis, Bogenmaß, damit Konstruktion der Graphen der trigonometrischen Funktionen, trigonometrischer Pythagoras.

In der Geometrie sollen auch Konstruktionsbeschreibungen und Beweise vorkommen. Es ist wichtig, mit den Schülern regelmäßig zu üben, *wie man Mathematik korrekt aufschreibt.* Das Formulieren mathematischer Texte ist Sprachbildung par excellence. – Raumanschauungsvermögen ist für viele Berufe, ob Schreiner oder Zahnärztin, unverzichtbar. Es bedarf einer längeren kontinuierlichen Schulung, z.B. auch durch den Bau von Modellen.

Die zeitraubende Häppchen-Stochastik der Leitidee *„Daten und Zufall“* in der ersten Hälfte der Sekundarstufe I ist – ebenso wie in der Grundschule – verfrüht bzw. überflüssig und kann dort entfallen. So gewinnt man Zeit für die Geometrie. Die Stochastik sollte, beginnend mit *Kombinatorik* und der Einführung der *Binomialkoeffizienten* (diese auch im Zusammenhang mit dem *binomischen Lehrsatz* und dem *Pascal-Dreieck*), gründlich vorbereitet werden.

Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife vom 18.10.2012 [BilH]

Die kompetenzorientierten Bildungsstandards fokussieren in erster Linie auf Anwendungsorientierung, siehe z.B. die dort vorgeschlagenen Beispielaufgaben für das Abitur.

Die Mathematik ermöglicht natürlich auch Anwendungsorientierung. Im Abitur ist ein Anwendungsbezug im *Stochastik-Teil* von der Sache her in natürlicher Weise gegeben. Oft werden aber auch der Analysis-Teil und der Teil Lineare Algebra/Analytische Geometrie zwanghaft auf Anwendungen getrimmt und an den Haaren herbeigezogene „Modellierungen“ vorgenommen. Negativbeispiele findet man im Anhang [3] („Kreuzfahrt“, Hamburg 2014) und im Anhang [4] („Gasfabrik“, Niedersachsen 2016). Bei manchen Abituraufgaben ist das schon so weit gegangen, dass man nicht mehr wusste, was überhaupt zu rechnen ist, siehe den Anhang [5] („Hochwasser“, Hessen 2011). Alle drei *Winterschen Grunderfahrungen* [Wi] müssen jedoch im Mathematikunterricht Berücksichtigung finden:

- *Mathematik als nützliche Disziplin*,
- *Mathematik als eigenständiges geistiges Gebäude, und*
- *Mathematik als Schule des Denkens.*

Wegen dieser „Drittelparität“ ist es angemessen, auf die oft zwanghaften Texteinkleidungen in den Abiturteilen *Analysis* und *Lineare Algebra* zu verzichten, und dort den Mathematikanteil zu intensivieren. Generell muss in vielen Texteinkleidungen, wie sie die Bildungsstandards derzeit favorisieren, der mathematische Gehalt oft erst decodiert werden. Das verschleiert die fachliche Struktur und den roten Faden, den die Schüler für das Erlernen von Mathematik unverzichtbar benötigen. Eine Mathematikaufgabe sollte international als Mathematikaufgabe erkennbar sowie sprachlich knapp und klar formuliert sein. Besonders schöne Aufgaben haben zusätzlich einen mathematischen „Pfiff“ und sprechen damit die Mathematik-begeisterten Schüler an, etwa, indem ein eleganter Lösungsweg möglich ist, der einem begabten Schüler das Glücksgefühl der Entdeckung bereiten kann.

Solche guten Aufgaben fand man z. B. immer noch unter den Thüringer Abituraufgaben *aus den Jahren 2007-10*. Vier dieser Abiturprüfungen fügen wir unserem Brief separat bei.

In der gymnasialen Oberstufe bedeutet das Begründen und Beweisen Wissenschaftspropädeutik pur, also die Vorbereitung eines Hochschulstudiums, die allgemeine(!) Hochschulreife. Es folgt zwingend, dass im Abitur das Argumentieren vorkommen muss – und nicht, wie z. B. in Berlin, vorab festgelegt wird: *„In der Abiturprüfung wird nicht gefordert: K1 Beweise erläutern oder entwickeln."* [Berlin]. Dieser Ausschluss hat normativen Charakter auf den Mathematikunterricht und befördert genau das, wogegen auch die Kompetenzorientierung ursprünglich angetreten war: bestenfalls die Verwendung von Rezepten und Kalkül ohne Verständnis und Verstand.

Wir Unterzeichner dieses Schreibens empfehlen, sich für den *Stoffumfang der Hochschulreifeprüfung* am *Kanon Mathematik 2016* für den *deutschsprachigen* Teil der Schweiz zu orientieren [Kanon]. Dieser umfasst zugleich den Mittelstufenstoff. Der Kanon beinhaltet alle drei Gebiete: *Analysis*, *Vektorgeometrie*, sowie *Stochastik*. Er bietet eine vernünftige Auswahl von Funktionenklassen (auch die gebrochen-rationalen Funktionen), Grundzüge der analytischen Geometrie und Stochastik (mit Betonung der Binomialverteilung). Unverzichtbar sind auch *arithmetische und geometrische Folgen und Reihen,* sowie das Beweisprinzip der *vollständigen Induktion.*

Verzichtbar ist die Matrizenrechnung, die in der Schule nur sehr selektiv aufgegriffen wird, und auch im *„Kanon“* nicht vorkommt. Der *Aufgabentyp „Übergangsmatrizen“* – eine Beispielaufgabe findet man in [BilH], Seiten 36-40 (Seehundpopulation) – hat keinerlei Relevanz beim Beginn eines MINT-Studiums und *sollte in der Abiturprüfung nicht vorkommen.*

Der inzwischen in fast allen Bundesländern eingeführte *hilfsmittelfreie Teil* der Abiturprüfung sollte auch den Stoff der Sekundarstufe I einbeziehen. Diese Forderung findet sich auch in dem Papier der Mathematikkommission [Koepf]. Ein solcher Pflichtteil ist jedoch wertlos, wenn man alle Aufgaben im Kopf lösen kann, ohne überhaupt einen Stift in die Hand zu nehmen, wie es im Grundkurs 2018 in NRW der Fall war (siehe den Anhang [6]). Im hilfsmittelfreien Teil des Abiturs sollten durchaus auch längere Rechnungen, z.B. im Zusammenhang mit dem Lösen von Bruch- oder Wurzelgleichungen vorkommen.

Derartige Mittelstufen-Themen sind zurzeit Bestandteil sämtlicher Vorkurse in MINT-Studiengängen, was zum Zeitpunkt des Studienbeginns nicht mehr altersgemäß ist (s. z.B. [HH]).

Mit Studienanfängern will und muss man in der Mathematik bereits anders arbeiten können. Es hat sich durch die jahrelange Erfahrung mit Vorkursen gezeigt, dass die Mittelstufenthemen, die in der Schulzeit versäumt wurden, nicht im Schnelldurchgang aufholbar sind, auch kaum in einem langsameren, studienbegleitenden Vorkurs. *Man kann eben nicht in vier Wochen oder Monaten Klavierspielen lernen.* Ein Studieren in verschiedenen Geschwindigkeiten [Koepf] ist keine dauerhafte Lösung des Problems, sondern es muss wieder im richtigen Alter das Richtige gelernt werden. Das großzügige Weglassen von Mittelstufenstoff in der Schulmathematik hat schon immense Kosten verursacht, bedingt durch viele Studienabbrüche und die ständige Umorganisation der Hochschuleingangsphase.

Mathematik-Vorkurse an den Hochschulen sollten echte Brückenkurse von der gymnasialen Oberstufe zum Studium sein, und nicht der Versuch einer Nachschulung von Grundlagen, die in jedem Schwellenland an der Schule verortet sind. Einige Beispielaufgaben zu Brückenkursthemen, wie wir sie uns vorstellen, sind im Anhang [8] beigefügt.

Medien

Angesichts des sich anbahnenden Digitalisierungs-Hypes erinnern wir daran, dass es für den Mathematikunterricht bereits viele bewährte analoge Medien gibt:

- die weltweit favorisierte Kreidetafel (siehe hierzu die Stellungnahme der DMV zur Digitalisierung [Digit]),
- gute Mathematikbücher, in denen ein roter Faden sichtbar ist, und die genügend viele Übungsaufgaben in unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad bereitstellen,
- Modelle, die z.T. auch mit den Schülern gebaut werden können.

Weitere zahlreiche analoge Unterrichtsmaterialien wie z.B. Geometrie-Bausätze, Origamis oder Lerndominos sollen hier nicht im Einzelnen aufgelistet werden, desgleichen die zahlreichen Mathematik-Videos, -Hilfen und -Applets im Internet.

Taschenrechner, Computer-Algebra-Systeme oder dynamische Geometrie-Software sind eher als *Werkzeuge* zu bezeichnen, deren Einsatz aber nur bis zu einem gewissen Grad sinnvoll ist, und die nicht zum Selbstzweck verwendet werden sollten. Sie können den Mathematikunterricht bereichern, wenn grundlegende Fertigkeiten schon genügend verankert sind. In der Phase des Erarbeitens von grundlegenden Techniken und Begriffsbildungen sollten solche Werkzeuge jedoch so sparsam wie möglich eingesetzt werden. Sinnvoller ist es, besonders interessierte Schüler in der Oberstufe auch eigene kleine Programme für den Rechner schreiben zu lassen.

Dynamische Geometrie-Software zu benutzen, ohne das oben angeführte Minimalprogramm in ebener Geometrie zu behandeln, macht wenig Sinn.

Das Eintippen eines 5x5-Gleichungssystems mit tippfehlerträchtigen Koeffizienten bei einer hessischen CAS-Abituraufgabe (Anhang [7], Teilaufgabe 1.2) generiert genau den unmathematischen Stumpfsinn, den die CAS-Befürworter ursprünglich eigentlich vermeiden wollten.

Studienanfänger müssen einen *wissenschaftlichen Taschenrechner* bedienen können. Insbesondere sollten sie die Logarithmus-Tasten korrekt verwenden können, sowie den Gebrauch der Tasten für die trigonometrischen Funktionen und ihre Umkehrfunktionen beherrschen, und mit der Voreinstellung von Grad- und Bogenmaß umgehen können.

Für die Schulzeit empfiehlt sich die **Einführung von Schultaschenrechnern ohne CAS-Bruchrechenfunktion**. Die Erfahrung zeigt, dass der ständige Gebrauch dieser Funktion zur Unsicherheit im Bruchrechnen beiträgt. Die Bruchrechnung muss offenbar über einen langen Zeitraum gefestigt werden. Das Kürzen von Brüchen und die Übertragung der Bruchrechenregeln auf das Operieren mit Bruchtermen gelingt nicht automatisch, wenn die Bruchrechnung nur selten eigenhändig durchgeführt oder zu wenig mit anderen Rechenarten vernetzt wurde.

Generell sei noch zum Thema „*Digitalisierung*“ angemerkt, dass nach wissenschaftlichen Erkenntnissen Tablet-Klassen keine besseren Bildungserfolge aufweisen als herkömmlich unterrichtete Klassen. Ausführliche Informationen dazu findet man in der Stellungnahme von Prof. Gerald Lembke zum Thema „Digitalisierung in Schule, Ausbildung und Hochschule“ [Lembke]. Auf Seite 3 steht der Satz: *„Der beste Start in das digitale Zeitalter ist eine Grundschule ohne Computer“.*

Schlussbemerkung

Die Überfrachtung der Schulen mit immer neuen Reformen, die den Lehrkräften oktroyiert und noch nicht einmal in Pilotprojekten getestet werden, muss aufhören. Es ist nicht zu erwarten, dass sich der Mathematikunterricht von Grund auf verbessert, wenn man bürokratische Instrumente wie die sogenannte Qualitätssicherung, ständige Vergleichstests oder die Einrasterung von Abituraufgaben in ein Kompetenzschema anordnet [PISA], [Sch]. Eine deutliche Verbesserung ist allerdings möglich, wenn Schüler genügend Mathematikunterricht erhalten – durchgängig mindestens vier Wochenstunden; siehe auch die erste Forderung in dem Maßnahmenkatalog der Verbände [Koepf].

Zudem muss den Lehrkräften wieder Freiraum gegeben werden und dazu deren Stundendeputat reduziert werden. Außerdem muss dringend unnötiger bürokratischer Aufwand abgebaut werden. In Hessen haben Gymnasiallehrer angesichts zahlreicher neuer Anforderungen eine eindeutig zu hohe Lehrverpflichtung von 26 Unterrichtsstunden pro Woche. Mathematiklehrkräfte müssen Zeit finden, sich regelmäßig selbst mit Mathematik zu beschäftigen, sich darin weiterzubilden – auch im Kollegenkreis, ebenso wie ein Musiklehrer Zeit haben muss, selbst zu musizieren.

Unsere Betrachtungen zu den Reformen des Mathematikunterrichtes, besonders in der Mittelstufe, sind analog anzustellen für den *Physikunterricht*. Auch hier müssen die Bildungsstandards dringend überarbeitet und eine solide Basis wiederhergestellt werden [Bog]. Physik-Aufgaben auf dem Niveau des *Mindestanforderungskatalogs Physik* der COSH-Gruppe [COSH] sollten auf Dauer wieder im Gymnasium verortet werden können. Auf der Basis klassischer Mittelstufenphysik sind dann auch sinnvolle, ungekünstelte Anwendungsaufgaben im Mathematikunterricht möglich, und insgesamt eine angemessene Vorbereitung auf MINT-Studiengänge.

Mathematik, Naturwissenschaften und Ingenieurwesen sind tragende Säulen unseres Wohlstandes!

Wir schlagen ein persönliches Gespräch vor, bevor wir in zwei Monaten in eine öffentliche Diskussion einsteigen werden.

Mit besten Grüßen
Dr. Astrid Baumann
Prof. Dr. rer. nat. Angela Schwenk
OStD Markus Spindler

Eine vollständige Liste aller Erstunterzeichner befindet sich am Ende.

Quellen

Agr Ilka Agricola, Der Villani-Torossian-Bericht zum Mathematikunterricht in Frankreich, Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 2018, 26, S. 2-3, S.121-131.
https://www.mathematik.de/images/Blog/Dokumente/MDMV2018_2-3.pdf.pdf

21 Maßnahmen für den Mathematik-Unterricht in Frankreich. Die Hauptforderungen des Rapport Villani-Torossian
https://www.mathematik.de/images/Blog/Dokumente/dmvm-2018-0034.pdf

Berlin Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie (dgl. Land Brandenburg, Ministerium für Bildung, Jugend und Sport). Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftliche Abiturprüfung 2019, Prüfungsschwerpunkt Mathematik
https://www.berlin.de/sen/bildung/schule/pruefungen-und-abschluesse/abitur/ps_mathematik_2019_gk.pdf

BilH Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (18.10.2012), vs. S. 9
http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf

BilM Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Bildungsabschluss. Beschluss der KMK vom 4.3.2003
http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf

BilP Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich 2004. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004
https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf

Bog Bogdanov, Die Energiekatastrophe unserer Schulphysik, Journal für Didaktik der Naturwissenschaften und der Mathematik 2016, (P/S) 1, 1-4.
http://www.didaktik-biowissenschaften.de/Artikel/PS1-Bogdanov-Energiekatastrophe.pdf

Brandbrief Mathematikunterricht und Kompetenzorientierung – ein offener Brief
http://www.tagesspiegel.de/downloads/19549926/2/offener-brief.pdf

COSH Mindestanforderungskatalog Physik (Version 02), 2019
http://www.hochschuldidaktik.net/documents_public/Mindestanforderungskatalog_Physik_Version_02_-_20190211_Speicherreduziert.pdf

Digit Presseinformation der DMV zum nationalen IT-Gipfel („Inhalte statt Geräte“):
https://www.mathematik.de/presse/572-pi-zum-nationalen-it-gipfel
https://www.mathematik.de/images/Presse/Presseinformationen/20161115_PI_DMV_IT-Gipfel.pdf

HH Übungsaufgaben zum Vorkurs Mathematik im Fachbereich Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau der HAW Hamburg
https://www.haw-hamburg.de/fileadmin/user_upload/TI-FF/mathe-vorkurs_FF.pdf

IQB Abituraufgabenpool (kompetenzorientierte Beispielaufgabe: Prüfungsteil A, Analysis, Aufgabe 3)
https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik/erhoeht/Aufgabensammlung_2.pdf

Kanon Kanon Mathematik 2016, deutschsprachiger Teil, Seiten 11-25
http://www.math.ch/kanon/
https://math.ch/kanon/KanonMathematik.pdf

Koepf Koepf, F. Götze, A. Eichler, G. Heckmann, Mathematik: 19 Maßnahmen für einen konstruktiven Übergang Schule – Hochschule, Fachverbände DMV, GDM, MNU
http://www.mathematik-schule-hochschule.de/images/Massnahmenkatalog_DMV_GDM_MNU.pdf

L Klaas Landsman zum Mathematikunterricht in den Niederlanden: „Sag, wo die Studenten sind“
http://www.math.ru.nl/~landsman/DMV.pdf

Lembke G. Lembke, Stellungnahme Öffentliches Fachgespräch zum Thema „Digitalisierung in Schule, Ausbildung und Hochschule“ am Mittwoch, 17. Oktober 2018, Deutscher Bundestag, Ausschuss für Bildung, Forschung und Technikfolgenabschätzung, Ausschussdrucksache 19(18)37 f.
https://www.bundestag.de/resource/blob/573824/4eed1d97f546cfd1a725d55d46872fef/lembke_stellungnahme-data.pdf

MaLeMINT Mathematische Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge – eine Delphi-Studie mit Hochschullehrenden
http://www.ipn.uni-kiel.de/de/das-ipn/abteilungen/didaktik-der-mathematik/forschung-und-projekte/malemint/malemint-bericht-kurzf
http://www.ipn.uni-kiel.de/de/das-ipn/abteilungen/didaktik-der-mathematik/forschung-und-projekte/malemint/malemint-studie

Ö Offener Brief zur kompetenzorientierten Zentralmatura in Österreich
http://www.uvf-melk.at/Schule/offener_brief_fassmann.pdf

PISA Kristina Reiss et al.: Bericht zu PISA 2015
http://www.ipn.uni-kiel.de/de/publikationen/buecher/pisa-2015
https://www.waxmann.com/fileadmin/media/zusatztexte/3555Volltext.pdf

Auf Seite 245 steht: „*Insbesondere am Gymnasium ist die Situation in Bezug auf die Mathematik verbesserungsfähig: Die durchschnittliche mathematische Leistung insbesondere an dieser Schulart ist in den letzten Jahren kontinuierlich gesunken, die Leistungsspitze ist kleiner geworden. In PISA 2015 schafften es nur noch 31 Prozentder Gymnasiastinnen und Gymnasiasten, die Anforderungen der oberen beiden Kompetenzstufen erfolgreich zu bewältigen, während es 2012 noch 40 Prozent und 2003 sogar 42 Prozent waren. Es sei angemerkt, dass die Bildungsbeteiligung hier keine Rolle spielen dürfte.*“

Sch Offener Brief an Andreas Schleicher, OECD Paris
http://bildung-wissen.eu/wp-content/uploads/2014/05/offener-brief-schleicher-autoriserte-fassung.pdf

TIMSS Ergebnisse der TIMSS-Studie zum Mathematikunterricht in der Grundschule
http://www.spiegel.de/lebenundlernen/schule/timss-studie-deutsche-grundschueler-haben-einmathe-p
html

VERA VERA-Test Mathematik für die 3.Klasse aus dem Jahr 2010
https://www.bildung-lsa.de/pool/zentrale_leistungserhebung/vergleichsarbeiten/vera3_mat_2010_aufgaben.pdf

VT Rapport Villani-Torossian, 21 mesures pour l´enseignement des mathématiques (2018), Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse
https://www.education.gouv.fr/cid126423/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques.html
https://www.ladocumentationfrancaise.fr/docfra/rapport_telechargement/var/storage/rapports-publics/184000086.pdf

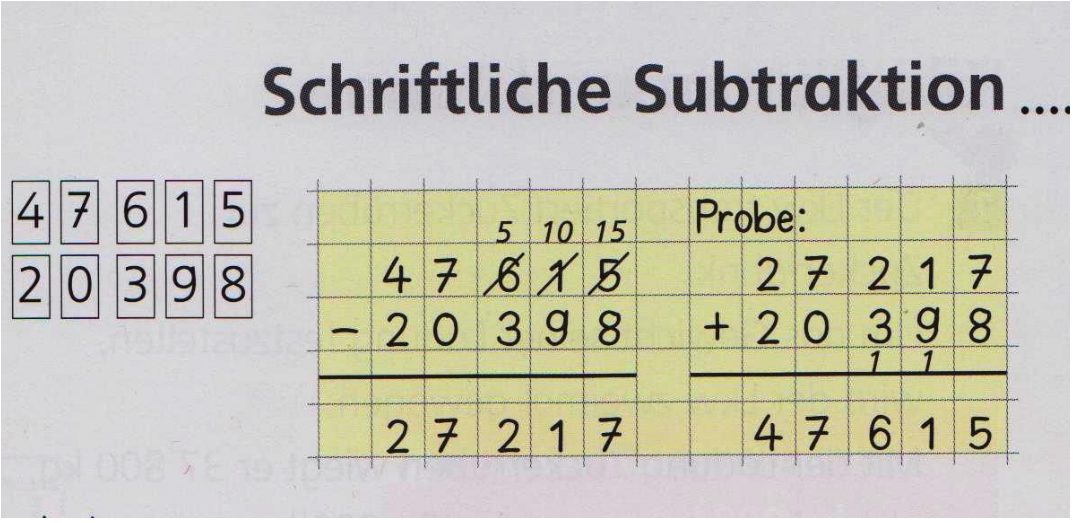
Wi Winter, Heinrich: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, Nr. 61, 1996, 37-46
http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienDB/45/muundallgemeinbildung.pdf

Anhänge

[1] Schriftliche Subtraktion in Bayern
[2] Aufgabe aus dem VERA-Test 2010 für die 3. Klasse
[3] „Kreuzfahrt“, Hamburg 2014
[4] „Gasfabrik“, Niedersachsen 2016
[5] „Hochwasser“, Hessen 2011
[6] Abiturprüfung NRW 2018, Grundkurs, ohne Hilfsmittel
[7] CAS-Abituraufgabe „Wasserrutsche“, Grundkurs Hessen 2017
[8] Beispiele für Brückenkursaufgaben

Liste der Erstunterzeichner

Anhang [1] Schriftliche Subtraktion in Bayern



Anhang [2] Aufgabe aus dem VERA-Test 2010 für die 3. Klasse

Aufgabe 5

Kreuze jeweils an.

	sicher	möglich, aber nicht sicher	unmöglich
Nach Mittwoch kommt Donnerstag.	☐	☐	☐
Meine Mutter ist jünger als ich.	☐	☐	☐
Weihnachten ist in diesem Jahr im August.	☐	☐	☐
Wenn ich fünf Mal würfele, bekomme ich mindestens einmal eine Zwei.	☐	☐	☐

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung
Abitur 2014

allgemeinbildende und berufliche gymnasiale Oberstufen

Kernfach Mathematik auf erhöhtem Anforderungsniveau

Analysis 2

II.2 Kreuzfahrt

Abbildung 1

Auf einem Kreuzfahrtschiff mit 2500 Passagieren erkrankt am Tag $t = 0$ auf hoher See ein Ehepaar an starker Übelkeit. Als nach kurzer Zeit bei mehreren Passagieren ernsthafte Krankheitsbeschwerden auftreten, vermutet die Schiffsärztin das Vorliegen einer ansteckenden Infektionskrankheit.

Bereits am ersten Tag nach Ausbruch der Krankheit $(t = 1)$ leiden insgesamt 22 Passagiere unter den beschriebenen Symptomen, sodass die Ärztin entscheidet, Maßnahmen zur Eindämmung der Infektion zu ergreifen. Dabei verwendet sie ein mathematisches Wachstumsmodell, um die Entwicklung des Krankenstandes zu beschreiben. Die Variable t gibt dabei die Anzahl der Tage nach dem Ausbruch der Infektionskrankheit an.

a) Bestätigen Sie, unter Verwendung der vorliegenden Daten für $t = 0$ und $t = 1$, dass die Anzahl der erkrankten Passagiere am Tag t durch die Funktionsgleichung

$$f(t) = 2500 - 2498 \cdot e^{-0{,}008 \cdot t}$$

beschrieben werden kann. (5P)

Aufgrund des wachsenden Krankenstandes in den kommenden Tagen bestätigt sich für die Schiffsärztin die Annahme des Wachstumsmodells. Sie verwendet daher die oben angegebene Funktionsgleichung, um die Ausbreitung der Krankheit weiter abzuschätzen.

b) Bestimmen Sie mithilfe des gegebenen Modells, an welchem Tag nach Ausbruch der Krankheit die Anzahl der Erkrankten 5 % der Gesamtzahl an Passagieren übersteigt. (5P)

Mit der derzeitigen Schiffsbesatzung können auf Dauer täglich nur 15 neu erkrankte Passagiere betreut werden. Daher fordert die Schiffsärztin am zweiten Tag nach Ausbruch der Krankheit medizinisches Hilfspersonal per Hubschrauber an, welches noch am selben Tag eintrifft.

Im Folgenden soll davon ausgegangen werden, dass ausschließlich neu erkrankte Passagiere betreut werden müssen. Durch diese Betreuung wird jedoch keine Heilung, sondern nur eine Linderung der Krankheitsbeschwerden erreicht. Das hinzugekommene Hilfspersonal zählt nicht zu den Passagieren.

c)
- Begründen Sie, warum die Anzahl der neu erkrankten Passagiere pro Tag mit der Ableitungsfunktion f' abgeschätzt werden kann.
- Zeigen Sie, dass die Ableitungsfunktion von f die Gleichung $f'(t) = 0{,}008 \cdot (2500 - f(t))$ erfüllt und interpretieren Sie die Gleichung im Sachkontext.
- Ermitteln Sie, bis zu welchem Tag nach Ausbruch der Infektionskrankheit die Anwesenheit des medizinischen Hilfspersonals an Bord voraussichtlich notwendig sein wird. (10P)

Am fünften Tag nach Ausbruch der Krankheit erhält die Schiffsärztin per Hubschrauber ein gegen die Infektionserreger hochwirksames Medikament, welches allen erkrankten Passagieren sofort verabreicht wird und langfristig zu deren Heilung führt. Die Anzahl der neu erkrankten Passagiere pro Tag ab dem Tag $t=5$ kann nun durch eine Funktionsgleichung der Form

$$h(t)=10\cdot(6-t)\cdot e^{-0{,}05t^2+0{,}6t-1{,}75}$$

beschrieben werden. Die Variable t gibt hierbei wieder die Anzahl der Tage nach dem Ausbruch der Infektionskrankheit an. Der Graph dieser Funktion h ist in der Abbildung 2 in der Anlage dargestellt.

d) Interpretieren Sie den Verlauf des Graphen im Sachkontext. (5P)

e)
- Zeigen Sie, dass H mit $H(t)=100\cdot e^{-0{,}05t^2+0{,}6t-1{,}75}$ eine Stammfunktion von h ist.
- Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_6^{10} h(t)\,\mathrm{dt}$ und interpretieren Sie ihn im Sachkontext.

(7P)

Verschiedene Medikamente gegen diese Infektionskrankheit unterscheiden sich in ihren Wirksamkeiten, die mit einer Funktionsgleichung der Form

$$K_{a;b}(t)=a\cdot e^{0{,}1\cdot(t-5)-b\cdot(t-5)^2}\quad\left(a,b\in\mathbb{R}^+\right)$$

beschrieben werden kann. Dabei gibt $K_{a;b}(t)$ die Anzahl der kranken Personen zum Zeitpunkt t für $t\geq 5$ an.

f)
- Bestätigen Sie, dass $H(t)=K_{100;0{,}05}(t)$ gilt.
- Geben Sie die Bedeutung der Größe a im Sachkontext an.
- Untersuchen Sie den Einfluss des Parameters b auf die zeitliche Entwicklung von $K_{a;b}(t)$ und beschreiben Sie diesen im Sachkontext. (8P)

Das Kreuzfahrtschiff sollte planmäßig zum Zeitpunkt $t=7$ nach Ausbruch der Krankheit einen Hafen erreichen. Es darf aber nur dann in den Hafen einlaufen, wenn zu diesem Zeitpunkt weniger als 2% der Passagiere erkrankt sind.

g)
- Ermitteln Sie unter der Annahme, dass $b=0{,}05$ ist, mit welcher Verspätung das Schiff voraussichtlich in den Hafen einlaufen darf.
- Bestimmen Sie den kleinsten Wert von b, sodass das Schiff zum geplanten Zeitpunkt in den Hafen einlaufen könnte. (10P)

Anlage zur Aufgabe „Kreuzfahrt“

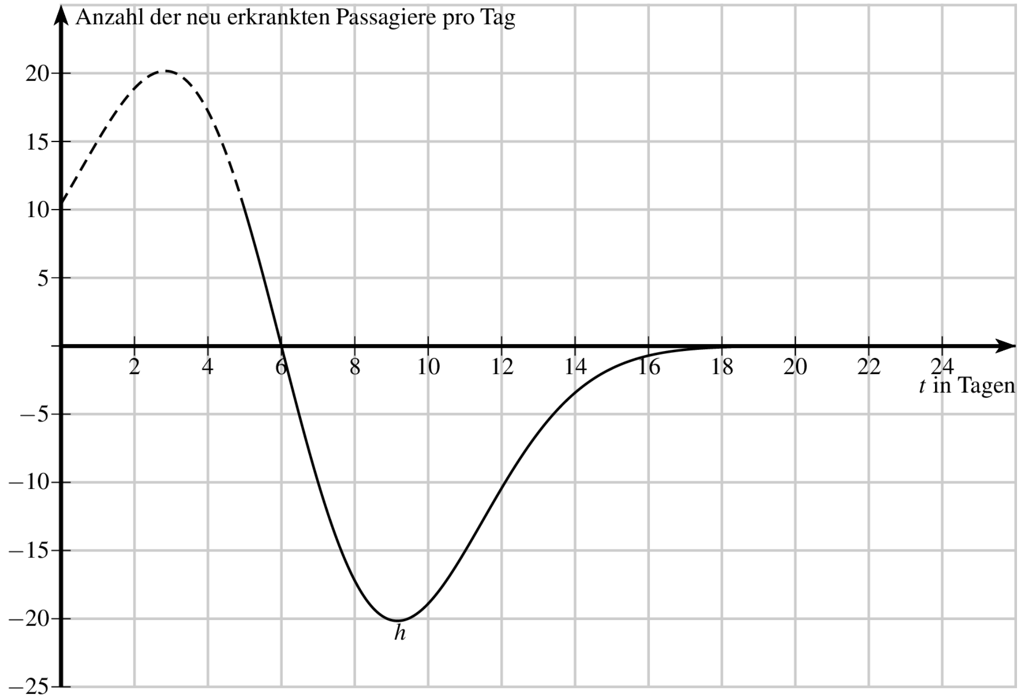


Abbildung 2: Graph der Funktion h

Zentralabitur 2016	Mathematik	Schülermaterial
Wahlteil Rechnertyp: GTR	gA Block 1	Gymnasium Gesamtschule

Aufgabe 1A

In einem Betrieb wird im Produktionsprozess ein Gas verbraucht. Dazu wird das benötigte Gas durch eine Leitung aus dem Gastank in die Produktionsstätte geleitet. Das hierbei pro Zeit durch die Leitung strömende Gas wird als Gasstrom bezeichnet. Dieser wird in Litern pro Stunde $\left(\frac{L}{h}\right)$ gemessen, die Zeit in Stunden (h). Der Arbeitstag in dem Betrieb dauert 14 Stunden, am Ende des Arbeitstages wird das Ventil des Gastanks geschlossen.
Es wird eine Langzeitmessung durchgeführt, die folgende Werte ergibt:

Zeit in h nach Beginn des Arbeitstages	0	4	6	10
Gasstrom in $\frac{L}{h}$	2000	3140	1500	1440

2 Stunden und 12,2 Stunden nach Arbeitsbeginn treten Spitzenwerte im Gasstrom auf.
Für das aus diesen Werten entwickelte Modell wird die Funktion f mit
$f(t) = -3 \cdot t^4 + 88 \cdot t^3 - 816 \cdot t^2 + 2304 \cdot t + 2000,\ 0 \le t \le 14$, verwendet.
Dabei wird t in h und f(t) in $\frac{L}{h}$ angegeben.
Der Zeitpunkt $t = 0$ entspricht dem Beginn des Arbeitstages.

a) Der Betriebsleiter stimmt der Nutzung des Modells unter folgenden Bedingungen zu:
- Die mit dem Modell berechneten Werte weichen nicht mehr als 5 % von den Tabellenwerten ab.
- Die Zeitpunkte der mit dem Modell berechneten Spitzenwerte weichen nicht mehr als 15 Minuten von den Zeitpunkten der Spitzenwerte der Messung ab.

Weisen Sie nach, dass mit der Funktion f die Bedingungen des Betriebsleiters erfüllt werden und f somit für die folgenden Berechnungen genutzt werden kann.
Bestimmen Sie den Zeitpunkt zwischen den Zeitpunkten der Spitzenwerte im Gasstrom, an dem der Gasstrom am stärksten abnimmt.
Berechnen Sie die Gesamtzeit im Laufe eines Arbeitstages, in welcher der Gasstrom mindestens $2500\,\frac{L}{h}$ beträgt. (13 BE)

b) Das Gas wird für den Verbrauch in einem Tank gespeichert. Dem Tank können $15600\,L$ Gas entnommen werden. Über eine Anzeige wird das noch entnehmbare Gasvolumen in Prozent angezeigt. Zu Beginn eines Arbeitstages ist der Tank vollständig gefüllt, die Anzeige zeigt 100 % an.
Bestimmen Sie das in der ersten Stunde des Arbeitstages entnommene Gasvolumen.
Begründen Sie, dass das für die Produktion zu einem Zeitpunkt x nach Arbeitsbeginn noch entnehmbare Gasvolumen durch die Funktion g mit
$g(x) = 15600 - \int_0^x f(t)\,dt$, x in h, g(x) in L, beschrieben werden kann.
Der Tank muss aufgefüllt werden, sobald die Anzeige 20 % anzeigt.
Bestimmen Sie den Zeitpunkt des Beginns dieses Auftankvorgangs. (10 BE)

Zentralabitur 2016	Mathematik	Schülermaterial
Wahlteil Rechnertyp: GTR	gA Block 1	Gymnasium Gesamtschule

Fortsetzung Aufgabe 1A

c) Unabhängig vom Sachzusammenhang ist die Funktionenschar f_k mit
$f_k(x) = 0{,}75 \cdot x^4 - k \cdot x^3 - 1{,}5 \cdot x^2 + 3 \cdot k \cdot x,\ x \in \mathbb{R},\ k \in \mathbb{R}$, gegeben.

In der Abbildung der Anlage sind zwei Graphen für $k = -1$ und $k = -2$ dargestellt.
Entscheiden Sie, welcher der beiden Graphen zu dem Parameterwert $k = -1$ gehört.
Entscheiden Sie, ob es einen Wert für k gibt, sodass der Graph von f_k symmetrisch zur y-Achse ist.
Es gilt: $f_k'(x) = 3 \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x-k)$.
Begründen Sie damit, dass die Graphen von f_k entweder drei Extrempunkte oder nur einen Extrempunkt und einen Wendepunkt haben. (11 BE)

Material

Anlage

Graphen zu Teilaufgabe c)

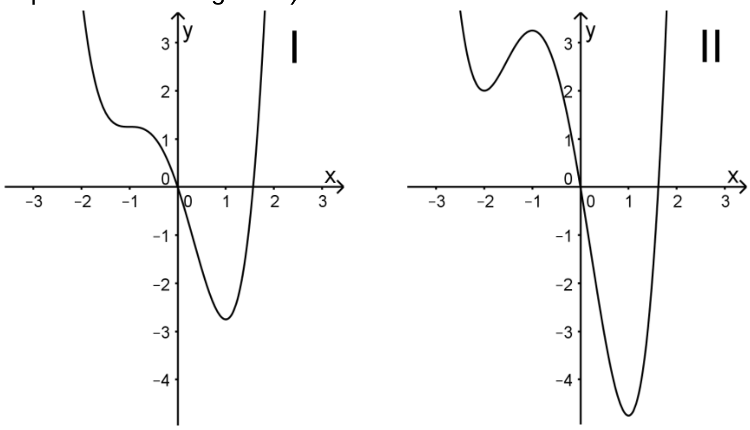


Abbildung: Graphen von f_k für $k = -1$ und $k = -2$

Abitur 2011 Mathematik LK Infinitesimalrechnung Aufgabe A2

An einem kleinen Fluss ist für die Dauer von etwa 14 Tagen ein Hochwasser aufgetreten.
Im Verlauf der ersten zwei Tage nach Beginn der Messung stieg der Durchfluss (Material 1) am Messstandort vom Normalwert von $10,4$ Millionen m^3 pro Tag.
Danach ging das Hochwasser zunächst schneller werdend und anschließend im langsamer werdend auf den Normalwert zurück.

Material 1

Unter Abfluss bzw. Durchfluss versteht man das Wasservolumen, welches einen bestimmten Querschnitt pro Zeiteinheit durchfließt. So hat z. B. der Rhein am Pegel Köln einen mittleren Abfluss von ca. 2100 Kubikmetern pro Sekunde. Bei einem Hochwasser können es über $10.000\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$ Wasser sein, die an dieser Stelle den Rhein hinabfließen.

Teilaufgabe 1. (6 BE)

Skizzieren Sie in einem Koordinatensystem einen möglichen Verlauf des Durchflusses während des Hochwassers und beurteilen Sie, inwieweit einer der folgenden Funktionstypen für die funktionale Beschreibung des Verlaufs in Frage kommt.

$$f_1(x) = a \cdot \cos(k \cdot x + d) + c\,;\ x \in \mathbb{R}_0^+$$

$$f_2(x) = a \cdot e^{-\frac{(x-d)^2}{\lambda}} + c\,;\ x \in \mathbb{R}_0^+$$

Für die folgenden Aufgaben benutzen Sie $f(x) = b \cdot x \cdot e^{-\frac{\lambda}{b} \cdot x} + c$, $x \in \mathbb{R}_0^+$, $b, c, \lambda \in \mathbb{R}^+$, wobei x die seit Beginn der Messung verstrichene Zeit ist (x in Tagen).

Teilaufgabe 2.1 (10 BE)

Bestimmen Sie zunächst die Parameter b, c und λ so, dass die Angaben über den Durchfluss im Verlauf des Hochwassers erfüllt sind, und zeichnen Sie den Graphen der Funktion in ein passendes Koordinatensystem.

[Zur Kontrolle: $f(x) \approx 6 \cdot x \cdot e^{-0{,}5 \cdot x} + 6\,;\ x \in \mathbb{R}$]

Teilaufgabe 2.2 (11 BE)

Zeigen Sie durch eine geeignete Rechnung, dass der Durchfluss zum Zeitpunkt $x = 4$ am stärksten abnimmt.
Erklären Sie die einzelnen Schritte der Im Kasten dargestellten Rechnung. Erläutern Sie die Bedeutung des Ergebnisses $x = 8$ im Sachzusammenhang.

(1) $y = f'(4) \cdot x + b \quad \Rightarrow$

(2) $y = f'(4) \cdot x + (f(4) - f'(4) \cdot 4) \quad \Rightarrow$

(3) $y = -6 \cdot e^{-2} \cdot x + 48 \cdot e^{-2} + 6$

(4) $6 = -6 \cdot e^{-2} \cdot x + 48 \cdot e^{-2} + 6 \quad \Leftrightarrow$

(5) $x = 8$

Teilaufgabe 3. (8 BE)

Berechnen Sie das Volumen des Wassers, das insgesamt während des 14-tägigen Hochwassers *zusätzlich* am Messstandort vorbei fließt.

Teilaufgabe 4. (5 BE)

Es soll die Frage untersucht werden, wie man zu den Durchflusszahlen eines Tages gelangt. Für den Pegel (Messstandort) beschreibt die Abflusstafel (Material 2) den Durchfluss in Abhängigkeit vom Pegelstand. Der Pegelstand ist ein Maß für den Wasserstand am Pegel.

Am 2. Tag wurde jede Stunde der Pegelstand (in cm) gemessen. Die Ergebnisse sind in folgender Tabelle dargestellt:

Std.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Pegel-Stand (cm)	590	600	610	620	630	635	640	646	650	654	656	658	660	661	661	662	662	663	664	666	668	671	676	682	691

Beschreiben Sie, wie man aus dieser Tabelle den Durchfluss von $10,4$ Millionen m^3 pro Tag erhält, und stellen Sie den Zusammenhang mit dem Begriff des bestimmten Integrals dar.
Die Durchführung der Berechnung ist nicht erforderlich.

Material 2:

Abflusstafel

cm	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0,0	2,3	4,6	6,9	9,3	11,6	13,9	16,2	18,5	20,8
100	23,1	25,5	27,8	30,1	32,4	34,7	37,0	39,4	41,7	44,0
200	46,3	48,6	50,9	53,2	55,6	57,9	60,2	62,5	64,8	67,1
300	69,4	71,7	74,0	76,2	78,3	80,4	82,5	84,5	86,4	88,3
400	90,1	92,0	93,7	95,4	97,1	98,7	100,2	101,7	103,2	104,6
500	106,0	107,3	108,5	109,8	110,9	112,0	113,1	114,1	115,1	116,0
600	116,9	117,7	118,5	119,2	119,9	120,5	121,1	121,7	122,1	122,6

Die Abflusstafel dient zur überschlägigen Ermittlung des Abflusses an einem Messstandort, dessen Pegelstand bekannt ist.
Beispiel: In der obenstehenden Tabelle wird der Abfluss für einen Pegelstand von $130\,\text{cm}$ bestimmt. Das Ergebnis liegt im Schnitt der Zeile „100“ und der Spalte „30“. Es ergibt sich hier ein Abfluss von $30,1\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$. Zwischenwerte können linear aus den beiden benachbarten Zahlen interpoliert werden.

Ministerium für
Schule und Bildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

M GK HT A1 (GG)

Name: ____________________

Abiturprüfung 2018

Mathematik, Grundkurs

Prüfungsteil A: Aufgaben ohne Hilfsmittel

Aufgabenstellung:

a) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x$.

Bestimmen Sie alle Nullstellen von f und geben Sie die Bereiche an, in denen der Graph von f oberhalb der x-Achse verläuft.

(6 Punkte)

b) Gegeben sind die beiden in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f und g mit $f(x) = e^x + \frac{1}{2}x + 1$ und $g(x) = \frac{1}{2}x$.

Die Graphen der beiden Funktionen sind in *Abbildung 1* dargestellt.

(1) *Begründen Sie, dass der Graph von f und der Graph von g keinen gemeinsamen Punkt besitzen.*

(2) *Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, die von den Graphen von f und g, der y-Achse und der parallel zur y-Achse verlaufenden Geraden mit der Gleichung $x = 1$ eingeschlossen wird.*

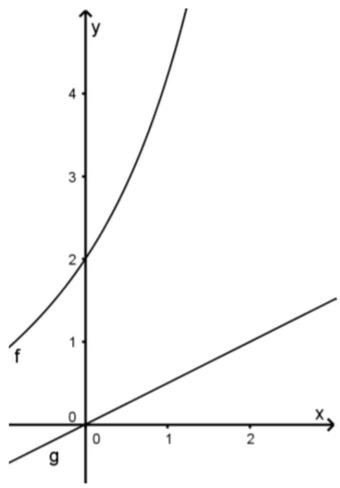


Abbildung 1

(2 + 4 Punkte)

Ministerium für
Schule und Bildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

Name: ____________________

c) Gegeben sind die Geraden $g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$ und

$h\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$.

(1) *Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von g und h an und zeigen Sie, dass g und h senkrecht zueinander verlaufen.*

(2) Die Ebene E enthält die Geraden g und h.
Prüfen Sie, ob der Punkt $P(7\,|\,-3\,|\,5)$ in E liegt. (2 + 4 Punkte)

d) Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0{,}8$.

(1) Eine der folgenden Abbildungen stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dar.

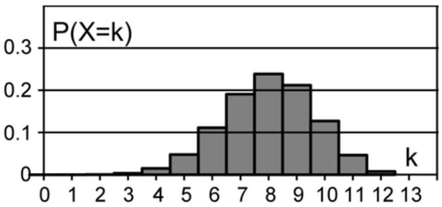


Abbildung 2

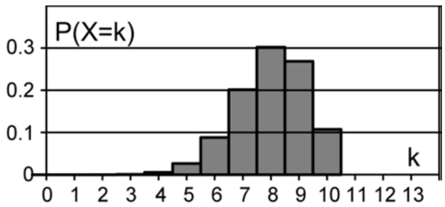


Abbildung 3

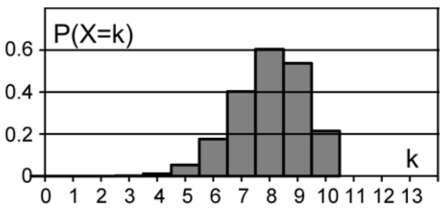


Abbildung 4

Begründen Sie, warum Abbildung 2 und Abbildung 4 nicht die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X darstellen.

(2) *Ermitteln Sie aus der zugehörigen Abbildung näherungsweise den Wert der Wahrscheinlichkeit $P(6 \le X \le 8)$.*

(4 + 2 Punkte)

Hinweis:

Ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung ist zugelassen.

Analysis

Aufgaben

Die mit über 51 Metern – gute 17 Stockwerke – höchste Wasserrutsche der Welt namens „Verrückt“, die mit Schlauchbooten befahren wird, befindet sich im US-Bundesstaat Kansas (Material 1).

Der Verlauf der Wasserrutsche soll durch die Graphen von zwei ganzrationalen Funktionen modelliert werden. Der Graph der ersten Funktion g beschreibt den Verlauf des ersten Teils der Wasserrutsche vom Startpunkt P_1 bis zum Punkt P_2 und der Graph der zweiten Funktion f den Verlauf des zweiten Teils vom Punkt P_2 bis zum Punkt P_3. Die x-Achse beschreibt den ebenen Erdboden (Material 2). Im Folgenden sind alle Längen und Koordinaten in Meter angegeben.

1 Zunächst soll der Verlauf des zweiten Teils der Wasserrutsche durch eine ganzrationale Funktion modelliert werden.

1.1 Begründen Sie anhand des Graphen, dass die gesuchte ganzrationale Funktion mindestens vierten Grades sein muss.

(2 BE)

1.2 Der Graph der Funktion f verläuft durch die Punkte $P_2(15|25)$ und $P_3(150|0)$. Die Steigung im Übergangspunkt P_2 beträgt $m = -2$ und im Punkt P_3 geht die Rutsche waagerecht ins Auffangbecken über. Der Steigungswinkel des Graphen an der Stelle x = 65 beträgt 24°.
Geben Sie einen Ansatz zur Bestimmung einer ganzrationalen Funktion vierten Grades mit den genannten Eigenschaften an und bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

(5 BE)

Im Folgenden soll der Verlauf des zweiten Teils der Wasserrutsche durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = 1{,}759 \cdot 10^{-6}x^4 - 6{,}698 \cdot 10^{-4}x^3 + 0{,}08533x^2 - 4{,}132x + 69{,}95$ modelliert werden.

1.3 Auf einer Werbetafel für den Freizeitpark soll die maximale Höhe des zweiten Teils der Wasserrutsche angegeben werden. Ermitteln Sie ohne Verwendung des Graphen die maximale Höhe innerhalb des Intervalls [80;140].
Im weiteren Verlauf der Rutsche interessiert das maximale Gefälle. Bestimmen Sie das maximale Gefälle innerhalb des Intervalls [80;140].

(8 BE)

2 Der Verlauf der Wasserrutsche von P_1 nach P_2 soll aufgrund der hohen Geschwindigkeit, mit der ein Schlauchboot herunterfährt, im Übergangspunkt P_2 sowohl knickfrei als auch krümmungsruckfrei sein und dort auch keinen Sprung aufweisen.

2.1 Um die Bedingung „knickfrei“ einzuhalten, darf die erste Ableitung der Funktion keine Sprungstelle haben. Erläutern Sie diese Bedingung im Sachzusammenhang, indem Sie auf mögliche Folgen für den Bewegungsablauf des Schlauchboots an der Übergangsstelle eingehen.

(3 BE)

2.2 Beschreiben Sie die Eigenschaft „krümmungsruckfrei“ im Übergangspunkt P_2 mathematisch.

(3 BE)

2.3 Zur Modellierung des Verlaufs des ersten Teils der Wasserrutsche von P_1 nach P_2 werden die Graphen der Funktionen g_A und g_B mit

$g_A(x) = -\frac{x^2}{75} - \frac{8x}{5} + 52$ und $g_B(x) = 4{,}727 \cdot 10^{-3} x^3 - 0{,}1551x^2 - 0{,}5365x + 51{,}9891$

betrachtet.
Beurteilen Sie auf rechnerischer Grundlage, welcher der beiden Graphen zur Modellierung des Verlaufs des ersten Teils der Wasserrutsche für den Übergang im Punkt P_2 besser geeignet ist.

(9 BE)

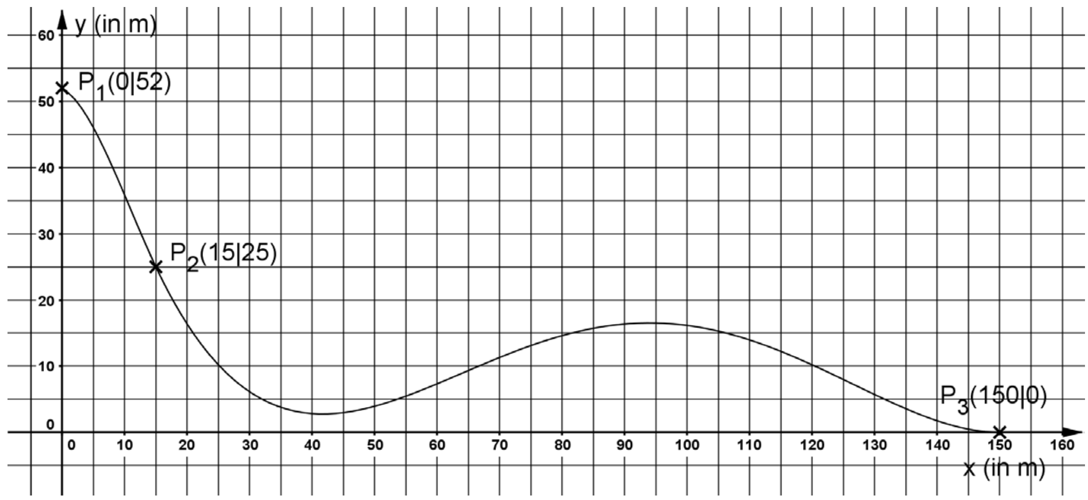
3 Um die Rutsche für die Besucher bereits von Weitem gut sichtbar zu machen, soll der Bereich unterhalb der gesamten Rutsche zwischen P_1 und P_3 mit einer senkrecht zum Boden verlaufenden Werbefläche versehen werden. Diese Werbefläche soll bis auf eine Höhe von 5 m über dem ebenen Boden herunterreichen.
Bestimmen Sie den Flächeninhalt der entstehenden Werbefläche.

(10 BE)

Material 1

http://www.berliner-zeitung.de/image/25151622/2x1/940/470/1f3c35fd502ebeb3a4d4288661a0d59f/IV/wasserrutsche-verrueckt-231116.jpg (abgerufen am 30.01.2017).

Material 2



Aufgabe 1

Mit Hilfe der Exponentialfunktionen definiert man die Funktionen Cosinus hyperbolicus und Sinus hyperbolicus:

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Leiten Sie folgende Formeln her:

(1) $\cosh x + \sinh x = e^x$
(2) $\cosh x - \sinh x = e^{-x}$
(3) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$
(4) $\cosh^2 x + \sinh^2 x = \cosh 2x$
(5) $\sinh 2x = 2 \cdot \sinh x \cdot \cosh x$

Welche Symmetrieeigenschaften haben die Graphen von $y = \cosh x$ und $y = \sinh x$?

Aufgabe 2

(a) Untersuchen Sie, ob die folgenden Gleichungen jeweils einen Kreis beschreiben und bestimmen Sie ggf. dessen Mittelpunkt und Radius:

  (i) $x^2 + y^2 - 4x - 14y = -50$,
  (ii) $x^2 + y^2 - 6x + 8y = -26$.

(b) Der Kreis k habe den Mittelpunkt $M(1;2)$ und gehe durch den Punkt $P(4;4)$.

  (i) Bestimmen Sie den Radius von k.
  (ii) Bestimmen Sie die Gleichungen für die Tangenten an k in den Punkten $P(4;4)$ und $Q(3;-1)$ und berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Tangenten.

Aufgabe 3

Beweisen Sie:

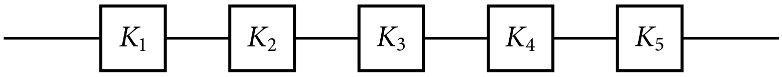
(a) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \ldots + n \cdot (n+1) = \dfrac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{3}$

(b) $\dfrac{1}{2!} + \dfrac{2}{3!} + \dfrac{3}{4!} + \ldots + \dfrac{n-1}{n!} = 1 - \dfrac{1}{n!}$

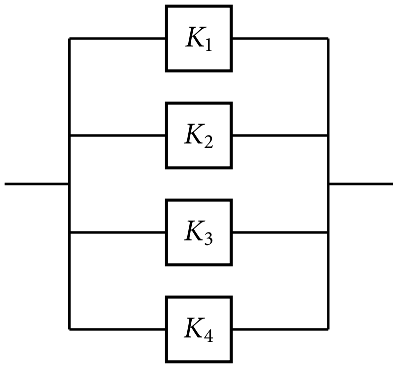
Aufgabe 4

Ein System (Maschine, Fahrzeug, o.ä.) bestehe aus n Komponenten. Für jede Komponente gibt es zwei Zustände, die unabhängig vom Zustand der anderen Komponenten angenommen werden können: 1 – die Komponente funktioniert, 0 – die Komponente funktioniert nicht. Man möchte die Zuverlässigkeit des Systems aus der Zuverlässigkeit seiner Komponenten bestimmen. Hierbei unterscheidet man zwischen zwei Arten:

1. Reihensystem: Die Komponenten sind hintereinander geschaltet. Das System funktioniert genau dann, wenn alle Komponenten funktionieren.



2. Parallelsystem: Die Komponenten sind parallel geschaltet. Das System funktioniert genau dann nicht, wenn alle Komponenten nicht funktionieren.

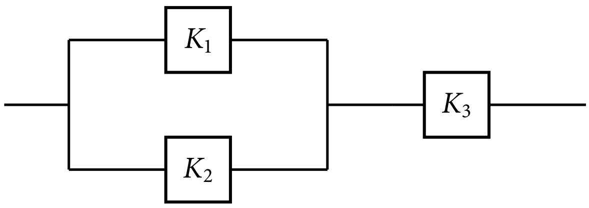


Im Folgenden sei p_i die Wahrscheinlichkeit für das Funktionieren der i-ten Komponente.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Funktionieren des Reihensystems.

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Funktionieren des Parallelsystems.

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Funktionieren des unten skizzierten Systems, wenn $p_1 = 0.9$, $p_2 = 0.8$, $p_3 = 0.7$.



Quelle: C. Polaczek, Voraussetzungen im Fach Mathematik (Arbeitspapier)

Dr. Astrid Baumann *astrid.baumann@fb1.fra-uas.de*
Frankfurt University of Applied Sciences
Fachbereich 1: Architektur • Bauingenieurwesen • Geomatik
Nibelungenplatz 1
D-60318 Frankfurt am Main

Prof. Dr. rer. nat. Angela Schwenk *schwenk@beuth-hochschule.de*
Beuth Hochschule für Technik Berlin
Fachbereich II - Mathematik - Physik - Chemie
Luxemburger Straße 10
D-13353 Berlin

OStD Markus Spindler *sp@kghalle.de*
Schulleiter des Kreisgymnasiums Halle
Neustädter Str.2
D-33790 Halle/Westf.

Prof. Dr. Ulrich Abel, TH Mittelhessen
StD'n Annette Achmus, Fachleiterin Mathematik, Studienseminar Hannover für das Lehramt an berufsbildenden Schulen
Dr.-Ing. Dipl.-Math. Michael Ahrens, Hochschule Hannover
StD'n Christiane Alsheimer, Fachbereichsleiterin Mathematik/Naturwissenschaften/Informatik, Karl-Rehbein-Schule, Hanau
Prof. Dr. Markus Auermann, Frankfurt UAS
StD Reinhold Baake, Theodor-Heuss-Gymnasium Hagen
Prof. Dr. Eberhard Bänsch, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Applied Mathematics III
Prof. Dr. Christian Bär, Mathematik, Uni Potsdam, Präsident der Deutschen Mathematiker-Vereinigung von 2011 bis 2012
Prof. Dr. Günter Bärwolff, Mathematik, TU Berlin
Dr. Hans-Peter Bäumer, 26160 Bad Zwischenahn

Prof. Dr. Bernd Baumann, Universität Gießen
Prof. Dr. Peter Becker, Hochschule Bonn-Rhein-Sieg
StR Stefan Becker, Halle (Westfalen)
Dr. rer.nat. Susanne Bellmer, Ostfalia HaW Wolfenbüttel
StR Hannes Bendele, Heidenheim (Baden-Württemberg)
Dominic Berchtold
OStR Stefan Berger, Wilhelm-Busch-Gymnasium Stadthagen
Thomas Bergmann, Abteilungsleiter, Gymnasium Bad Waldsee
Prof. Dr. Walter Bergweiler, Mathematisches Seminar, CAU Kiel
Prof. Dr. Swanhild Bernstein, TU Bergakademie Freiberg

OStR Nils Bindernagel, Wilhelm-Busch-Gymnasium, 31655 Stadthagen Schachtstraße 53
Prof. Dr. Christina Birkenhake, Uni Erlangen-Nürnberg
OStR Wolfgang Bischoff, Albert-Schweitzer-Gymnasium Erlangen
Guido Bley, Berufsschullehrer, Königswinter
Prof. Dr. Manfred Börgens, TH Mittelhessen

Prof. Dr. Steffen Börm, Mathematisches Seminar, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
OStR'n Claudia Boettcher, Alfred-Amann-Gymnasium Bönnigheim
Dr. Alexander Bogdanov, Ricarda-Huch-Schule Braunschweig
Prof. Dr. Michael Bonitz, Statistische Physik, Uni Kiel
OStR'n Friederike Brahe, Halle/Westf.

Prof. Dr. Michael Breuß, Mathematik, Brandenburg University of Technology
Prof. Dr. Kai Bruchlos, TH Mittelhessen
Marcel Bucek, LMV Krankenversicherungs-AG, Ber. Statistik
OStR i.R. Wolfgang Büchel, ehemals Abendgymnasium Frankfurt
Dr. Helga Bührer, Netztal 34, 69469 Weinheim
Prof. Dr. Peter Bürgisser, TU Berlin, Institut für Mathematik
StR Michael Buhl, Kreisgymnasium Halle (Westf.)
Prof. Dr. Martin Burger, Uni Erlangen-Nürnberg
OStR'n Patricia Calon, Math./Physik, Clara-Schumann-Gymnasium Lahr
OStR Konrad Claus, Emmy-Noether-Gymnasium Erlangen

StD'n Lucia Cornelius-Horstmann, BBSW1 Ludwigshafen und Hochschule Ludwigshafen
Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Czarske, TU Dresden, Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik
Justin Dägele, Lehrbeauftragter, Frankfurt UAS
Dipl. Math. Dipl. Ing. Hubert Dammer, Beuth Hochschule
OStR'n i.R. Ulrike Dannenberg, Ursulinengymnasium Werl
OStR'n Anke Decius, Halle/Westf.
Prof. Dr. Stephan Dempe, TU Bergakademie Freiberg
Prof. Dr. Robert Denk, Universität Konstanz, Fachbereich Mathematik und Statistik
Johannes Dessecker, Mathematik-Nachhilfe-EDV-Büroorganisation, 73482 Rosenfeld
Dr.-Ing. Martina Dierschke, Frankfurt University

Prof. Dr. Sabine Dippel, Fachgebiet Physik, Fakultät I, Elektro- und Informationstechnik, Hochschule Hannover
Prof. Dr. Klaus Dohmen, Studiendekan Applied Mathematics, Hochschule Mittweida, University of Applied Sciences
Prof. Dr. Falk Ebert, Fachleiter Physik, Herder-Gymnasium Berlin
Prof. Dr. Cornelia Eschelbach, Frankfurt University of Applied Sciences
Professor Dr.-Ing. Dr. h.c. Horst Exner, Direktor des Laserinstituts Hochschule Mittweida
Priv. Doz. Dr. Konstantin Fackeldey, Math. Institut, TU Berlin
Dr. Ute Feldmann, TU Dresden, IWR
StD i.R. Walter Fendt, Stadtbergen
Prof. Dr. Peter Fiebig, Uni Erlangen-Nürnberg
Prof. Dr.-Ing. habil. Adolf Finger, Seniorprofessor TU Dresden, Nachrichtentechnik

Frederik Fischbach, Unternehmensberater, Frankfurt
Manfred Fischer, Schulforum-Berlin, www.schulforum-berlin.de
Prof. Dr.-Ing. Ralf Förster, Beuth Hochschule Berlin
PD Dr. Sebastian Franz, Wissenschaftliches Rechnen, TU Dresden
OStR Jonas Freiberger

OStR a.D. Michael Frisch, MdL, Trier
OStR Jonas Friz, Wildermuth-Gymnasium, Tübingen
OStR'n Carola Fuchs, Georgii-Gymnasium Esslingen
Dipl.-Math. Attila Furdek, Fachleiter Math. am Gymnasium „Heimschule Lender", 77880 Sasbach
Prof. Dr.-Ing. habil. Gerald Gerlach, TU Dresden

StR Tobias Glosauer, Johannes-Kepler-Gymnasium, Reutlingen
OStR'n Alexandra Göbel, Math./Biologie, Albert-Einstein-Gymnasium Ulm-Wiblingen
Prof. Dr. Andreas Görg, Technische Hochschule Mittelhessen
StR Hanno Götzen, Theodor-Heuss-Gymnasium Dinslaken (Lehrkraft für Mathematik und Chemie)
StD Dirk Graevenitz, Aue-Geest-Gymnasium Harsefeld, Niedersachsen
OStR Wolfgang Grammer, PMH-Schule Nürtingen, Stuttgart
PD'n Dr. Natalia Grinberg, KIT Karlsruhe
StR Johannes Groß, Lessing-Schule, Bochum
Prof. Dr. Elmar Große-Klönne, Mathematik, TU Berlin
Prof. Dr.-Ing. Martin Grotjahn, Maschinenbau, Mechatronik, Hochschule Hannover

Prof. Dr.-Ing. habil. Sven Olaf Grundmann, Uni Rostock, Maschinenbau
Marcel Gruner, Rhein-Wied-Gymnasium Neuwied und Johannes Gutenberg-Universität Mainz
Prof. Dr. Markus Haase, Uni Kiel
Prof. Dr. Dieter Hackenbracht, Frankfurt UAS
Albrecht Häublein, Im Langfeld 6, 88316 Isny, Gymnasium Isny
OStR'n Dorothee Häußge, Augustinerschule Friedberg
Johannes Hagen, Schule am Meer, Büsum
Prof. Dr. Rita Hahn-Petschick, Hochschule Hannover, Fakultät II
Prof. Dr. Thomas Hammerschmidt, Hochschule Rosenheim
Prof. Dr. Kathrin Harre, Technische Chemie, HTW Dresden

Prof. Dr. Bernd Hartke, Uni Kiel
Dr. Winfried Hartl, Diplomphysiker, Hollfeld
Prof. Dr. Carsten Hartmann, Brandenburgische Technische Universität Cottbus-Senftenberg
Dr. Tobias Harz, Bergische Universität Wuppertal
Stephan Hauschild, Keplergymnasium Chemnitz
OStR Andreas Hein, Mathematik/Englisch, Stuttgart
OStR i.E. Jens Heinemann, Mariengymnasium Arnsberg
Prof. Dr. Christoph Helmberg, TU Chemnitz
OStR Ulrich Helmich, Lehrer für Informatik, Biologie und Chemie, Söderblom-Gymnasium, Espelkamp
OStR'n Ute Hengst, Mathematik/Chemie, Überlingen

Dipl.-Math. Sandra Henrich, Bingen
Prof. Dr. Roland Herzog, TU Chemnitz
Dr.-Ing. Nicol Hildebrand, TU Dresden, Elektrotechnik
Maximilian Hildenbrand, Mathematik/Physik, Solitude-Gymnasium, Stuttgart-Weilimdorf

Prof. Dr. Joachim Hilgert, Institut für Mathematik, Universität Paderborn
Dr. rer.nat. Ulrich Hirth, Mathe-Lehrbeauftragter an HTW und Beuth-Hochschule Berlin
Prof. Dr. Felix Höfling, FB Mathematik und Informatik, FU Berlin
StD Markus Hofmann, Fachbetreuer Mathematik am Albert-Schweitzer-Gymnasium Erlangen
Dr. Cynthia Hog-Angeloni, Mathematik, Uni Mainz
Michael Holdt, Gymnasium Bad Waldsee, 88339 Bad Waldsee

Prof. Dr. rer.nat. Boris Hollas, Informatik, HTW Dresden
OStR i.E. Werner Holtermann, Liebfrauenschule Mülhausen, 47929 Grefrath
Rainer Horn, Privatperson, Gütersloh
Prof. Dr. Uwe Hoyer, Konstruktion und Technisches Management, Duale Hochschule Eisenach
OStR Achim Hubig, Mathematik/Chemie, ehem. Moll-Gymnasium, Mannheim
Prof. Dr. Andreas Huck, Maschinenbau und Verfahrenstechnik, Hochschule Hannover
Prof. Dr. Herbert Jaeger, Jacobs University Bremen
OStR'n Annekatrin Jäkel, Fachleiterin Naturwissenschaften, Werner-Heisenberg-Gymnasium Riesa
Prof. Dr.-Ing. Holger Janßen, Maschinenbau, Verfahrens-, Energie-und Umwelttechnik, Hochschule Hannover UASA
Prof. Dr. Jan Kallsen, Mathematisches Seminar, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

Prof. Dr. Norbert Kalus, Beuth Hochschule, Berlin
Prof. Dr. Gudrun Kammasch, Beuth Hochschule Berlin
Prof. Dr. Gerhard Keller, Mathematik, Uni Erlangen-Nürnberg
Prof. Dr. Hans Kiesl, Ostbayerische Technische Hochschule Regensburg, Fakultät Informatik/Mathematik
StR i. H. Sebastian Kitz, Uni Wuppertal
Prof. Dr. Hans Peter Klein, Didaktik der Biowissenschaften, Goethe-Universität Frankfurt
Dr. Lasse Kliemann, Mathematik, Uni Kiel
Prof. Dr. Jürgen Klingenberg, Maschinenbau, Berufsakademie Sachsen, Staatliche Studienakademie Riesa
Prof. Dr. Martin Kluge, Elektrotechnik, Westfälische Hochschule, Gelsenkirchen
Prof. Dr. Werner Knop, Elektro-und Informationstechnik, Hochschule Hannover

Prof. Dr. Heiko Knospe, TH Köln
Prof. Dr. Sven Knoth, Helmut-Schmidt-Universität Hamburg
Prof. Dr. Thorsten Koch, Mathematik, TU Berlin
OStR Michael Koch, St. Dominikus-Gymnasium, Karlsruhe
Prof. Dr. Joachim Kockmann, TH Mittelhessen
Benjamin Köllner, Otto-Hahn-Gymnasium, Dinslaken
Prof. Dr. Wolfgang König, Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics, TU Berlin
Dr. Anja Kohl, HTW Dresden
StR'n Ingeborg Konradi, Heinrich-Böll-Schule Hattersheim
OStR'n Hiltrud Krätzig, Berufskolleg Beckum

Prof. Dr. habil. Dr. hc. Robert Kragler, Hochschule Ravensburg-Weingarten, Mathematik - Datenverarbeitung

StD’n i.R. Ina Krautkrämer, Halle/Westf.
StD i.R. Karl-Heinz Krautkrämer, Halle/Westf.
StD i.R. Dr. Manfred Kremer, Bruchsal
Prof. Dr. Gerald Kroisandt, Hochschule für Technik und Wirtschaft des Saarlandes (HTW), Fakultät für Ingenieurwissenschaften
OStR i.R. Otto Kübler, Math./Deutsch/Kath. Religion, Hauptstraße 52, 73113 Ottenbach
OStR’n i.R. Anneliese Kübler, Mathematik/Deutsch, Hauptstr. 52, 73113 Ottenbach
Prof. Dr. Karin Küffmann, Westfälische Hochschule Gelsenkirchen
Dr. Markus Kunze, Akademischer Oberrat, Fachbereich Mathematik und Statistik, Universität Konstanz
StD Dipl.-Phys. Wolfram Kurtz, Technische Oberschule Stuttgart

StD i.R. Peter Lachmann, Mathematik/Physik, Berlin
Priv. Doz. Dr. Eduard Lavrov, Physik, TU Dresden
Prof. Dr. Felix Leinen, Mathematik, Uni Mainz
Dr. Dr. h.c. Franz Lemmermeyer, Jagstzell
PD Dr. Peter Lesky, Mathematik, Uni Stuttgart
Prof. Dr.-Ing.habil. Jens Lienig, TU Dresden
Prof. Dr. Harald Löwe, TU Braunschweig
StR Dipl.-Phys. Dominic Maier, Mathematik/Physik, Gewerbeschule Bühl
Prof. Dr. Nicole Marheineke, Universität Trier, Lehrstuhl Modellierung und Numerik
Prof. Dr. Marcus R.W. Martin, TH Mittelhessen, Vorsitzender des Prüfungsausschusses M.Sc. Business Mathematics

Dr. Hermann Marxer, Gymnasium Bad Waldsee
OStR. Dr. habil. Hans-Jürgen Matschull, Lichtenberg-Gymnasium Cuxhaven
Dr.-Ing. Fritz Mattheis, Kaiserslautern
OStR Martin Mattheis, Frauenlob-Gymnasium Mainz
Prof. Dr. Lutz Mattner, Mathematik, Universität Trier
Prof. Dr. Christian Mehl, TU Berlin
Prof. Dr. Volker Mehrmann, TU Berlin, Präsident der European Mathematical Society
Jun.-Prof. Dr. Christian B. Mendl, TU Dresden, Institut für wissenschaftliches Rechnen
OStR Heinz-Olaf Menzen, Evangelisches Stiftsymnasium Gütersloh
Moritz Metelmann, Theo-Koch-Schule Grünberg

Prof. Catherine Meusburger, PhD, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Department Mathematik
OStR i.R. Karl-Heinrich Meyberg, Graf-Friedrich-Schule, Diepholz
StR i.E. Frank Milde, 50321 Brühl
Ma. Sc. Amr Mohamed, Maintal/Bischofsheim
PD Dr.-Ing. Ute Morgenstern, TU Dresden, Institut für Biomedizinische Technik
Dr. Frank Martin Morherr, Dipl.-Math., TU Dresden
Dr. Marc Nardmann, Mathematisches Seminar, Uni Kiel
Prof. Dr. Karl-Hermann Neeb, Uni Erlangen-Nürnberg
Priv.-Doz. Dr. Nicolas Neuß, Uni Erlangen-Nürnberg
OStR Mathias Nied, Frauenlob-Gymnasium Mainz

Dr. Antje P. Noack, Institut für Algebra, TU Dresden
Dr. Horst Ocholt, Fachberater Mathematik, Sächsisches Landesgymnasium Sankt Afra, Hochbegabtenförderung, Meißen
StR Christopher Ochs, Freihof-Gymnasium Göppingen
PD Dr.-Ing. habil. Martin Oppermann, TU Dresden, Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik
Prof. Dr. Heidrun Ortleb, FB Ingenieurwissenschaften - Angewandte Informatik, Jade-Hochschule Wilhelmshaven
Martin Pape, Georg-Kerschensteiner Berufskolleg Troisdorf
StR Dipl.-Math. Gottfried Paschke, Frankfurt UAS
StD. Rüdiger Paulun, Biologie, Chemie, Gymnasium am Wirteltor, Düren
Prof. Dr. Ivan Penkov, Jacobs University Bremen
Prof. Dr. Erwin Pesch, Uni Siegen

Prof. Dr.-Ing. Stephan Pfefferkorn, HTW Dresden
Prof. Dr. Wolfgang Piepke, Hochschule Hannover
OStR'n i.R. Ursula Pirkl, Brückenweg 15, 64572 Büttelborn
Prof. Reinhard Pöschel, Mathematik, TU Dresden
Steffen Polster, Mathematiklehrer, Johannes-Kepler-Gymnasium Chemnitz
Dr. Anca Popa, Universität Paderborn, Institut Mathematik
Dr. Simon Praetorius, Technische Universität Dresden
Prof. Dr. Jürgen Prestin, Institut für Mathematik, Universität zu Lübeck
Prof. Dr. Miriam Primbs, Hochschule Ruhr-West, Mülheim/Ruhr
StD Dr. Christoph Rabbow, Mathematiklehrer am Vincent-Lübeck-Gymnasium, Fachleiter am Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien, Stade, Beisitzer im Philologenverband Niedersachsen

Prof. Dr. Reinhard Racke, Fachbereich Mathematik und Statistik, Universität Konstanz
OStR'n Petra Recker, Math./Physik, Mariengymnasium Warendorf
Dipl.-Math. Martin Reents, 83714 Miesbach
Dr. Karl Reichmann, Lehramtsausbildung Mathematik an der Uni Freiburg 2001-2007
Heike Reimann, Lehrerin am Lößnitzgymnasium Radebeul
StR Klaus Reimann, Darmstadt
OStR'n a.D. Ellen Reinhardt, Kronberg
StR Klaus Reitz, Mathematik/Physik, Abendgymnasium Frankfurt
Privatdozent Dr. Dieter Remus, Universität Paderborn
Prof. Dr.-Ing. Andreas Richter, Professur Mikrosystemtechnik, TU Dresden

Annika Richter, im Namen des Fachschaftsrats Elektrotechnik der TU Dresden
Assoc. Prof. Dr. Cordian Riener, UiT Tromsø Norwegen
Dr. Manfred Ries, FB IV - Mathematik, Universität Trier
StD i.R. Eberhard Riese, Nordwestring 31, 70794 Filderstadt
Prof. Dr.-Ing. habil. Dipl.-Math. Klaus Röbenack, Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik, TU Dresden
OStR i.R. Helmut Röhm, Math./Physik, Erlenweg 2, Karlsruhe
Dipl.-Math. Alexander Roentgen, RWTH Aachen
Dipl.-Ing. Dr. Andreas Roth, Goethe-Universität Frankfurt

OstD'n Sabine Rühtz, Scheffel-Gymnasium Lahr/Schwarzwald
Cord Santelmann, Karl-von-Frisch-Gymnasium Dußlingen, 72147 Nehren, Mitglied des Landesvorstandes des Philologenverbands Baden-Württemberg

Dr. Martin J. Sauer, Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik, Uni Münster
OStR Thomas Sauer, Fachbetreuer Mathematk, Gymnasium Ebingen
Dr. Manfred Sauter, Studienkommission Mathematische Studiengänge, Universität Ulm
Prof. Dr. Jörg Schäfer, Frankfurt UAS, Fachbereich 2: Informatik und Ingenieurwissenschaften
OStR'n Dagmar Schäfer-Siebert, Solitude-Gymnasium Weilimdorf
StD'n i.E. Andrea Scheel, Liebfrauenschule Mülhausen, Grefrath
Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Scheffler, Hochschule Zwickau
OStR'n Birgit Schillinger, Schwetzingen
StR i.R. Steffen Schimke, Bismarck-Gymnasium Genthin
Prof. Dr.-Ing. Bernd Schinke, Hochschule Mannheim, Fakultät für Verfahrens- und Chemietechnik

Dr.-Ing. Jens Schirmer, TU Dresden
Prof. Dr. Ulrike Schleier, Fachbereich Management, Information, Technologie, Jade Hochschule
Regina Schlöter, Ursulaschule Osnabrück
OStD Matthias Schmauder, Math./Physik, Richard-Wagner-Gymnasium, Baden-Baden
Prof. Dr. Torsten Schmidt, Mathematik/Physik, Hochschule Ansbach
StR'n Anne Schmidt, 41352 Korschenbroich
StR'n Kerstin Schmitt, Beisenkamp Gymnasium Hamm
Ulrike Schmitz, L.i.A. Gymnasium Liebfrauenschule Mülhausen, Grefrath
OStR'n i.R. Christel Schnaase, Albertus-Magnus-Gymnasium Bensberg
Prof. Dr. Jan Schneider, Mathematik, Hochschule Zwickau

OStR'n Rosel Schneider, Georg-Büchner-Gymnasium Bad Vilbel
Diplomlehrer Bernd Schneider, Physik/Mathematik, Gymnasium Bürgerwiese Dresden
OStR'n Barbara Schnell, Mathematik, Graf-Eberhard-Gymnasium, Bad Urach
Prof. Dr.-Ing. Thomas Schnitzer, Beuth Hochschule Berlin
Dr. Rainer Schölles, Uni Bremen
Petra Schöneis, Diplom-Mathematikerin, Theodor-Heuss-Gymnasium, Dinslaken
OStR Ralf Scholl, Mathematik/Physik, Paracelsus-Gymnasium Hohenheim, Stuttgart, Vorsitzender des Philologenverbandes Baden-Württemberg
Prof. Dr. Dieter Schott, Hochschule Wismar
Prof. Dr. Alfred Schreiber, Dresden
Prof. Dr. Gabriele Schreieck, Private Hochschule für Wirtschaft und Technik Vechta/Diepholz

Prof. Dr. Ulrich J. Schrewe, Physik, Hochschule Hannover
OStR i.R. Roland Schröder, Celle
Michael Schröder, Mathematik- und Physiklehrer
OStR Martin Schubart, Mathematik/Physik, St. Dominikus-Gymnasium Karlsruhe
Prof. Dr. Karlheinz Schüffler, Hochschule Niederrhein
Prof. Dr. Tino Schütte, Hochschule Zittau/Görlitz (HSZG), Fakultät Wirtschaftswissenschaften und Wirtschaftsingenieurwesen

Prof. Dr. paed. habil. Heinz Schumann, PH Weingarten, Mathematik
StR Dr. Michael Schwarz, Mathematik/Physik, Johann-Sebastian-Bach-Gymnasium Mannheim
Prof. Dr. Markus Schweighofer, Uni Konstanz
OStR Eckhart Schweizer, Waldstraße 14, Uttenreuth

Prof. Dr. Markus Seidel, Physikalische Technik, Hochschule Zwickau
Prof. Dr. Stefan Siegmund, Mathematik, TU Dresden
Annett Torres Solórzano, Lehrerin, Mathematik, Physik, Jena
Prof. Dr. Thomas Sonar, TU Braunschweig
Prof. Martin Sonntag, Studiendekan Angewandte Mathematik, TU Bergakademie Freiberg
Dr. Eckard Specht, Otto-von-Guericke-Universitaet Magdeburg, Institut fuer Physik
Hermann Spierling, LVM Krankenversicherungs-AG
Prof. Dr. Karlheinz Spindler, Hochschule RheinMain, Wiesbaden
StR Georg Stammler, Biologie/Chemie, Abendgymnasium Frankfurt
StR Oskar Stanczyk, Berufskolleg des Rhein-Sieg-Kreises Troisdorf

Prof. Dr. Dirk Stegelmeyer, Frankfurt University of Applied Sciences
OStR Holger Stein, Augustin-Wibbelt-Gymnasium Warendorf
Prof. Dr. Oliver Steinkamp, TH Mittelhessen
StD Dipl.-Math. Thilo Steinkrauß, Herder-Gymnasium Berlin
Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Stief, Frankfurt UAS
Tilmann Stoodt, Leiter der Werner-von-Siemens-Schule Frankfurt, Berufliche Schule für Elektro-, Informations- und Medientechnik
Dr. Raimond Strauß, Uni Rostock
Prof. Dr. Torsten-Karl Strempel, Hochschule Darmstadt
Erhard Striegnitz, Diplomlehrer für Mathematik/Physik i.R., Bad Düren
OStR i.R. Klaus Struckmeier, ehemals Abendgymnasium Frankfurt

Dr. Gunnar Suchaneck, TU Dresden, Institut für Festkörperelektronik
Dipl. Math. Monika Sussmann, Wirtschaftsmathematik - Aktuarwissenschaften, TH Rosenheim
Prof. Dr. Theodor Tempelmeier, Hochschule Rosenheim
Dr. Andreas Tepe, Studienrat am Gymnasium Ursulaschule Osnabrück
Prof. Dr. rer.nat. Andreas Tewes, Beuth Hochschule für Technik Berlin, FB II - Mathematik, Physik, Chemie
Dr. Inge Thiering, Mathematik-und Physiklehrerin, Leimen
StD i.R. Wolfgang Tzschoppe, Schönfelder Weg 14, 96142 Hollfeld
OStR i.R. Hans-Heinrich Uhl, 64665 Alsbach-Hähnlein
Julie Valerius, Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien, Trier
Dr. Emese Vargyas, Mathematik, Universität Mainz

Prof. Dr. Mathias Vetter, Mathematisches Seminar, Uni Kiel
Dr. Mateo de Vivanco, Physik, TU Bergakademie Freiberg
Prof. Dr. Jürgen Vogel, Fakultät Kraftfahrzeugtechnik, Hochschule Zwickau
Dr. Markus Vogt, Fachvorsitzender Mathematik/Physik, Albeck-Gymnasium Sulz a.N.
Prof. Dr. Axel Voigt, Dekan der Fakultät Mathematik, TU Dresden

OStR'n Ursula Volck, Firstwald Gymnasium Kusterdingen
OStR i.R. Peter Vroliks, Dinslaken
Prof. Gerd Wachsmuth, BTU Cottbus
Priv.-Doz. Dr. Alfred Wagner, RWTH Aachen University, Institut für Mathematik
StD'n i.R. Herta Walther, ehemals Abendgymnasium Frankfurt a. M.

Heiderose Wanzelius, Gymnasium Ricarda-Huch-Schule Braunschweig
Prof. Dr. Elias Wegert, TU Bergakademie Freiberg
Prof. Dr. Timo Weidl, Mathematische Physik, Uni Stuttgart
Dr. Hendrik Weiss, Fachgruppe Mathematik, Hochschule Zwickau
Prof. Dr. Christian Weiß, Helmut-Schmidt-Universität Hamburg
Dipl.-Phys. Rüdiger Weiß, Wilhelm-Busch-Gymnasium Stadthagen und Fachhochschule Bielefeld
Prof. Dr. Jörg Wensch, Informatik, HTW Dresden
StD i.E. Andreas Wesseler, Fachvorsitzender am Ursulinengymnasium Werl
Johannes Wesseler, Physikstudent, Münster
StD Richard Wichmann, Gymnasium Ursulaschule Osnabrück

OStR Frank Wilsmann, Ev. Stift. Gymnasium Gütersloh
Apl.-Prof. Dr. Jens Wirth, Studiendekan Mathematik Lehramt, Universität Stuttgart
Prof. Dr. Peter Wirtz, Professor für Mathematik, OTH Regensburg, Fakultät IM
OStR i.R. Friedhelm Witt, Mathematik/Physik, Karlsbad
Dr.-Ing. habil. Heinz Wohlrabe, TU Dresden, Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik
Frank Zerfas, 56410 Montabaur, Saarstraße 5
Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Zerna, TU Dresden, Direktor des Zentrums für mikrotechnische Produktion