

## $SL(2, \mathbb{R})$

### 1. Übungsblatt

**Aufgabe 1.1** Zeigen Sie, dass  $SL(n, \mathbb{R})$  für jedes  $n \in \mathbb{N}$  wegzusammenhängend ist.

**Aufgabe 1.2** Zeigen Sie, dass jeder stetige Gruppenhomomorphismus

$$SL(2, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^\times$$

trivial ist.

**Aufgabe 1.3** Zeigen Sie, dass für jedes  $n \in \mathbb{N}$

$$\frac{dX}{|\det(X)|^n}$$

(wobei  $dX$  das Lebesgue-Maß von  $\mathbb{R}^{n^2} \cong \text{Mat}(n, \mathbb{R})$  bezeichnet) ein Haarmaß von  $GL(n, \mathbb{R})$  ist.

**Aufgabe 1.4** Sei  $G$  die lokalkompakte Gruppe aller affinen linearen Transformationen  $A : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  der Form  $x \mapsto ax + b$ , wobei  $a \in \mathbb{R}_{>0}$  und  $b \in \mathbb{R}$ . Berechnen Sie die Modularfunktion von  $G$ .

**Aufgabe 1.5** Zeigen Sie, dass die Modularfunktion einer lokalkompakten Gruppe stetig ist.