Mathematik für Chemiker: Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1

Gegeben sind folgende Aussagen:

A_1 : 4701 ist durch 3 teilbar. A_2 : 1067 ist eine Primzahl. A_3 : 529 ist eine Quadratzahl.

Bestimmen Sie den Wahrheitswert von

$$A_1 \vee A_3, \quad \neg A_2 \wedge A_3, \quad A_3 \Rightarrow A_1 \wedge A_2, \quad A_1 \Leftrightarrow A_2 \vee A_3.$$

Aufgabe 1.2

Zeigen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstafel die De Morganschen Gesetze:

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B \quad \text{und} \quad \neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

Aufgabe 1.3

Es sei $A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$, $B = \{1, 6, 7\}$, $C = \{2, 5, 8\}$ und $D = \{3, 8\}$.

Bestimmen Sie $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $(C \cap D) \cup (D \setminus C)$ und $C \times B$. Welche Mengen sind disjunkt; welche Mengen sind Teilmengen einer anderen Menge?

Aufgabe 1.4

Stellen Sie die folgenden Mengen in aufzählender Form dar:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 8x = 0\},$$

die Menge C aller Primzahlen $p \leq 30$.

Aufgabe 1.5

Lösen Sie die folgenden Gleichungen in $\mathbb{R}$. Achten Sie dabei auf mathematisch korrekte Formulierung.

a) $4(1 + 2x) = 3 + 2(1 + 4x)$ b) $x(3 + 4) + 14 = 7(x + 2)$ c) $4x + 5(x + 2) = 12 + 5x$

Aufgabe 1.6 *

Es sei G die Menge aller Dreiecke in der Ebene und

$$\begin{aligned} A &= \{x \in G \mid x \text{ ist gleichseitig}\}, \\ B &= \{x \in G \mid x \text{ ist gleichschenkelig}\}, \\ C &= \{x \in G \mid x \text{ ist rechtwinklig}\}, \\ D &= \{x \in G \mid x \text{ hat zwei Winkel von } 45^\circ\}. \end{aligned}$$

a) Nennen Sie von diesen vier Teilmengen zwei disjunkte. Zeichnen Sie ein Euler-Venn-Diagramm von G mit den Teilmengen A , B , C und D .

b) Formulieren Sie die Aussage

$$\forall x \in D : (x \in B \wedge x \in C)$$

in Umgangssprache.

c) Geben Sie die Aussage "Jedes gleichseitige Dreieck ist gleichschenkelig" formal an.