

Mathematik für Chemiker: Übungsblatt 3

Aufgabe 3.1

Bestimmen Sie Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen. Die Definitionsmenge sei dabei die Menge aller reellen Zahlen, für die die Ungleichung definiert ist.

a) $\frac{x-1}{2x+1} > \frac{1}{3}$

b) $x < \frac{3-x}{x+1}$

Aufgabe 3.2

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen mit Definitionsmenge $\mathbb{R}$.

a) $|2x| + 3x + 4 = 0$

b) $x + |x-1| = 1$

c) $|x-1| + |x| - |x+1| = \frac{1-4x}{2}$.

Aufgabe 3.3

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen mit Definitionsmenge $\mathbb{R}$.

a) $|x^2 - 9| < |x - 1|$

b) $|x - 1| \geq |x + 2|$

c) $2x - 8 > |x|$

d) $x^2 + x + 1 \geq 0$

e) $|x| \leq x - 2$

f) $|x - 4| > x^2$

Aufgabe 3.4 *

Bestimmen Sie Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen. Die Definitionsmenge sei dabei die Menge aller reellen Zahlen, für die die Ungleichung definiert ist.

a) $\sqrt{x+1} + x \leq 5$

b) $x \leq 2 + \sqrt{x+4}$

Aufgabe 3.5

Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

a) Die Zahl 3 teilt $4^n - 1$ für jedes $n \in \mathbb{N}$.

b) $\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$ für jedes $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 3.6

Berechnen Sie den Koeffizienten von x^6 in

a) $(x+1)^9$,

b) $\left(x - \frac{2}{x}\right)^8$,

c) $(x^2+3)^6$.

Aufgabe 3.7 *

Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n.$$