

Mathematik für Chemiker: Übungsblatt 6

Aufgabe 6.1

Skizzieren Sie jeweils den Graphen von f .

a) $f(x) = 2 \sin(3x - \frac{\pi}{6})$

b) $f(x) = 3 \cos(2x - \pi)$

Aufgabe 6.2

Zeigen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme folgende Gleichungen.

a) $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x$

b) $\sin x \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) - \cos(x + y)]$

c) $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$.

Aufgabe 6.3

Im Benzolmolekül C_6H_6 liegen die Kohlenstoffatome an den Eckpunkten eines regelmäßigen Sechsecks. Die C-C-Bindung hat eine Länge von 0,140 nm.

- a) Wie groß ist der Winkel zwischen drei benachbarten Kohlenstoffatomen?
b) Welche Fläche wird von den sechs Kohlenstoffatomen eingeschlossen?

Aufgabe 6.4 *

Beweisen Sie folgende Gleichungen. Überlegen Sie dabei auch, für welche $x, y \in \mathbb{R}$ sie gültig sind.

a) $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$ b) $\cos x = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}}$ c) $\sin(\arctan x) = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$.

d) $\operatorname{arsinh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ e) $\operatorname{arcosh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$

Aufgabe 6.5

Es sei $z_1 = \frac{10}{4 + 3i}$, $z_2 = \frac{5}{3 - 4i} \in \mathbb{C}$.

- a) Berechnen Sie jeweils Realteil, Imaginärteil und Betrag von z_1, z_2 .
b) Berechnen Sie $\overline{z_1 + z_2}$, $|z_1 - z_2|$, $z_1 z_2$ und z_1 / z_2 .

Aufgabe 6.6

Skizzieren Sie die folgenden Mengen in der komplexen Zahlenebene.

- a) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 3\}$ b) $\{z \in \mathbb{C} : |z + 1 - i| = |z - 3 + 3i|\}$
c) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \leq |z + 1|\}$ d) $\{z \in \mathbb{C} : 2z\bar{z} + iz - i\bar{z} - 1 = 0\}$

Aufgabe 6.7

Berechnen Sie jeweils die Lösungen z_1, z_2 der folgenden quadratischen Gleichungen, sowie $z_1 + z_2$ und $z_1 z_2$.

a) $z^2 + 3z + \frac{5}{2} = 0$

b) $z^2 + 4iz + 3 = 0$