

Mathematik für Chemiker: Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1

Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Polarkoordinatendarstellung $z = re^{i\varphi}$ mit $-\pi < \varphi \leq \pi$. Berechnen Sie jeweils z^{10} in der Form $x + iy$.

a) $z = -i$ b) $z = -1 + \sqrt{3}i$ c) $\frac{1}{1-i}$ d) $\frac{i-2}{1+2i}$

Aufgabe 7.2

Berechnen Sie Real- und Imaginärteil von $z = (1+i)^{64}$.

Aufgabe 7.3

Es seien die Folgen (a_n) und (b_n) mit $a_n = \frac{n-1}{n+1}$ und $b_n = 2 + (-0.5)^n$ gegeben.

- Berechnen Sie einige Folgenglieder. Können Sie die Grenzwerte a und b erraten?
- Bestimmen Sie jeweils $m \in \mathbb{N}$ so, dass $|a_n - a| \leq 0,00001$ bzw. $|b_n - b| \leq 0,00001$ für alle $n \geq m$ gilt.
- Beweisen Sie nun, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$ gilt.

Aufgabe 7.4

Welche der Folgen (a_n) ist konvergent, welche bestimmt divergent? Bestimmen Sie gegebenenfalls den (uneigentlichen) Grenzwert. Vergessen Sie nicht, Ihre Antwort zu begründen!

a) $a_n = \frac{(n-2)^2 - n^2}{n}$ b) $a_n = \left(\frac{1}{n} - n\right)^n$ c) $a_n = \left(7 + \frac{1}{n}\right)^2$
d) $a_n = \left(3 - \frac{1}{n}\right)^n$ e) $a_n = \frac{n^2 - 3n + 1}{(n+1)^3 - n^3}$ f) $a_n = \frac{(-1)^n n^2}{n^2 + 4n + 1}$
g) $a_n = \frac{n^n}{n!}$