

Mathematik für Chemiker: Übungsblatt 9

Aufgabe 9.1

Zeigen Sie jeweils, dass die Potenzreihe für jedes $x \in D$ absolut konvergiert.

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}, \quad D = (-1, 1) \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}, \quad D = (-2, 2) \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}, \quad D = \mathbb{R}$$

Aufgabe 9.2

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x + 1} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x - 1} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^2 - 1} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2 - x} - \frac{12}{8 - x^3} \right) & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 2} - \sqrt{3x - 2}}{x - 2} \\ \text{g) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 + 2x^2 + 1}{2x^3 + 7x} & \text{i) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 + 2x - 1} - 2x \end{array}$$

Aufgabe 9.3

Geben Sie für folgende Funktionen den maximalen Definitionsbereich an und untersuchen Sie die Funktionen auf Stetigkeit.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \frac{\sqrt{e^x}}{x} & \text{b) } f(x) = \ln(x^2 - 2x + 1) \\ \text{c) } f(x) = \frac{x + \ln(\cosh x)}{2 + \sin x^2} & \text{d) } f(x) = \begin{cases} |x + 1| & \text{für } x \leq 1 \\ |x - 1| & \text{für } x > 1 \end{cases} \end{array}$$