

## Mathematik für Chemiker: Übungsblatt 12

---

### Aufgabe 12.1

Berechnen Sie den Wert folgender uneigentlicher Integrale.

a)  $\int_0^{\infty} e^{-2x} \cos x \, dx$

b)  $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} \, dx$

c)  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 1}$

d)  $\int_0^1 \ln x \, dx$

e)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} \, dx$

f)  $\int_0^{\frac{1}{e}} \frac{dx}{x \ln^2 x}$

### Aufgabe 12.2

Überprüfen Sie, welche der nachstehenden Integrale existieren.

a)  $\int_0^{\infty} \sin x \, dx$

b)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \ln x}$

c)  $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} \, dx$

### Aufgabe 12.3 \*

Die Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeitsverteilung für ein System aus gleichartigen Molekülen eines idealen Gases lautet

$$f(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left( \frac{m}{kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right).$$

Dabei ist  $v$  der Betrag der Geschwindigkeit,  $m$  die Molekülmasse,  $k$  die Boltzmannkonstante und  $T$  die absolute Temperatur. Diese Gleichung hat folgende anschauliche Bedeutung:  $f(v)dv$  gibt den Bruchteil von Molekülen an, deren Geschwindigkeitsbetrag zwischen  $v$  und  $v + dv$  liegt. Der mittlere Geschwindigkeitsbetrag der Moleküle ist durch  $\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v) dv$  gegeben. Zeigen Sie  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{m\pi}}$ .

### Aufgabe 12.4

Berechnen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung  $y' = t y$ .

### Aufgabe 12.5

Lösen Sie folgendes Anfangswertproblem:

$$y' = \sqrt{1 - y^2} \ln t, \quad y(1) = 0.$$