Christian Fleischhack Universität Hamburg

Differentialgeometrie II

Übungsblatt 2

Abgabetermin: Montag, 6. November 2006, zur Vorlesung

Aufgabe 3 ***(6 Punkte)***

Auf den Sphären

$$S^{2n-1} \quad = \quad \left\{(z_1,\ldots,z_n) \mid \sum_i |z_i|^2 = 1\right\} \quad \subseteq \quad \mathbb{C}^n$$

wirke die S^1 durch

$$(z_1,\ldots,z_n) \longmapsto (z_1 z,\ldots,z_n z).$$

Zeigen Sie, daß diese Wirkung isometrisch und frei ist. Die Einschränkung der Wirkung auf die endlichen Untergruppen $\mathbb{Z}_p$ der S^1 liefert eine wieder isometrische und freie Wirkung. Zeigen Sie, daß sie sogar eigentlich diskontinuierlich ist. Gibt es weitere endliche Untergruppen der S^1? Die Riemannschen Mannigfaltigkeiten $L_{2n-1}(p;1,\ldots,1) := S^{2n-1}/\mathbb{Z}_p$ heißen auch **Linsenräume**. Berechnen Sie deren Krümmung und Durchmesser für $n = 2$. (Der Durchmesser einer Riemannschen Mannigfaltigkeit M ist $\sup_{x,y\in M}\{d(x,y)\}$.)

Aufgabe 4 ***(3 Punkte)***

Gibt es kompakte Riemannsche Mannigfaltigkeiten *ungerader* Dimension, deren Schnittkrümmung positiv ist und die *nicht* einfach zusammenhängend sind? Beweisen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 ***(3 Punkte)***

Seien M und N Mannigfaltigkeiten, und sei $\phi : M \longrightarrow N$ eine Überlagerung. Zeigen Sie, daß die Blätterzahlfunktion $\#\phi^{-1}$ auf N lokal konstant ist.