

## Analysis 1

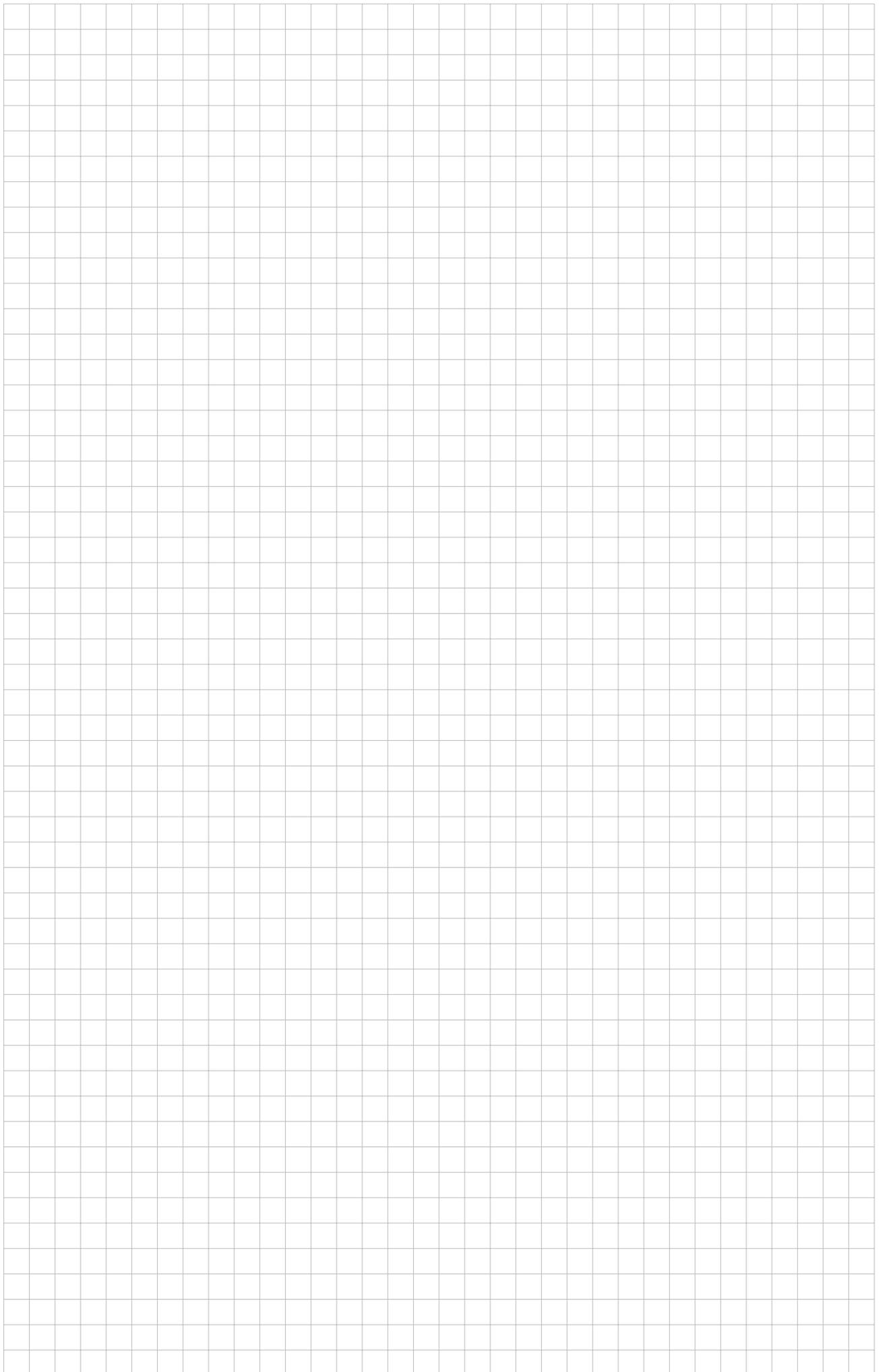
Name:
Matrikelnummer:
Benötigen Sie die Studienleistung? (Nur für Lehramt.)
Ja: <input type="checkbox"/> Nein: <input type="checkbox"/>

Wichtige Informationen:

- Alle Hilfsmittel in Papierform sind erlaubt; *elektronische Hilfsmittel sind verboten*.
- Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.
- Die Klausur besteht aus vier Aufgaben (je 8 Punkte). Man hat bestanden, wenn man mindestens 14 Punkte hat.
- Bitte arbeiten Sie nur mit dokumentenechten Schreibgeräten. Schreiben Sie nicht mit roter Farbe.
- Schreiben Sie leserlich. Der Lösungsweg muss vollständig und nachvollziehbar dokumentiert sein.

---

1	2	3	4	Summe

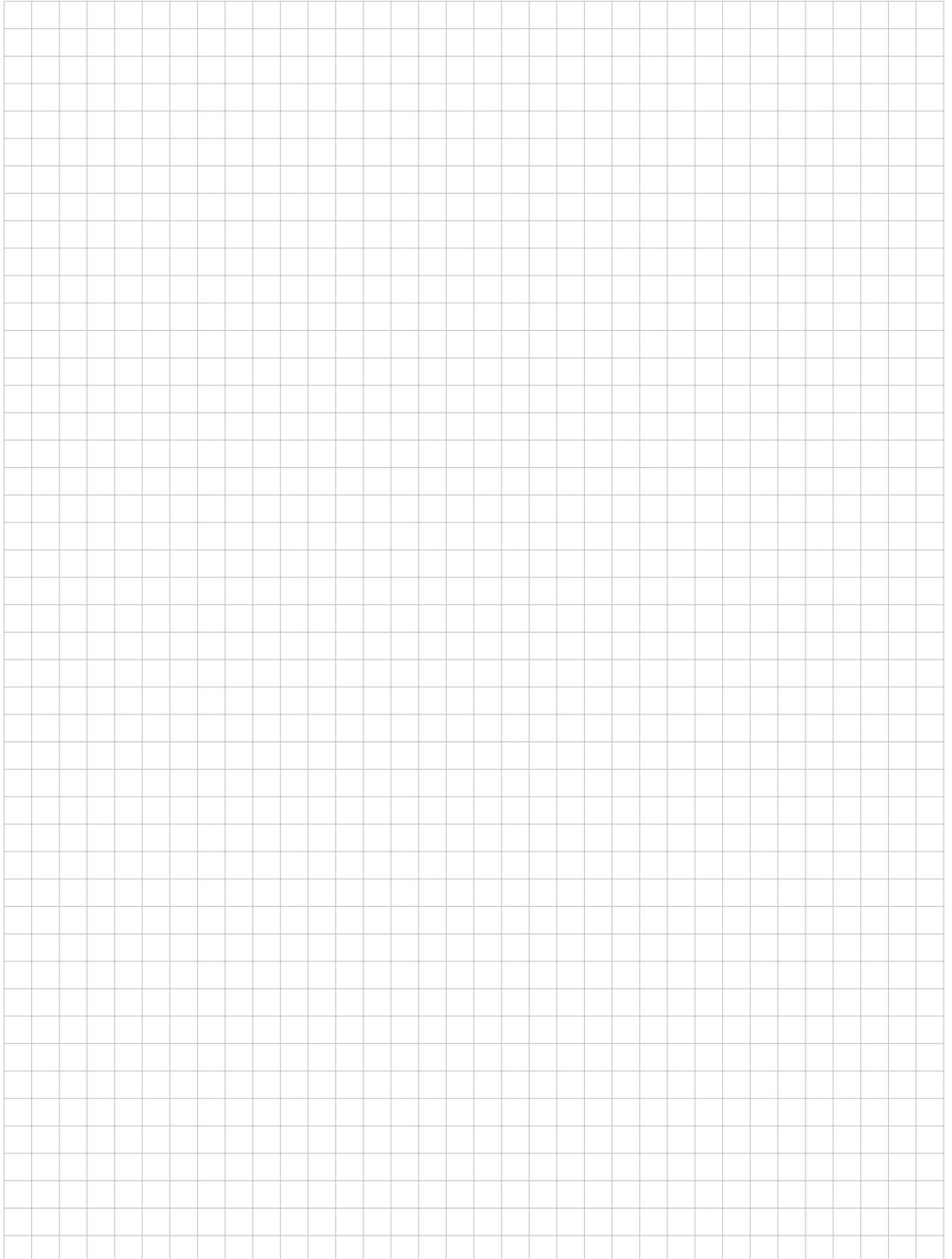


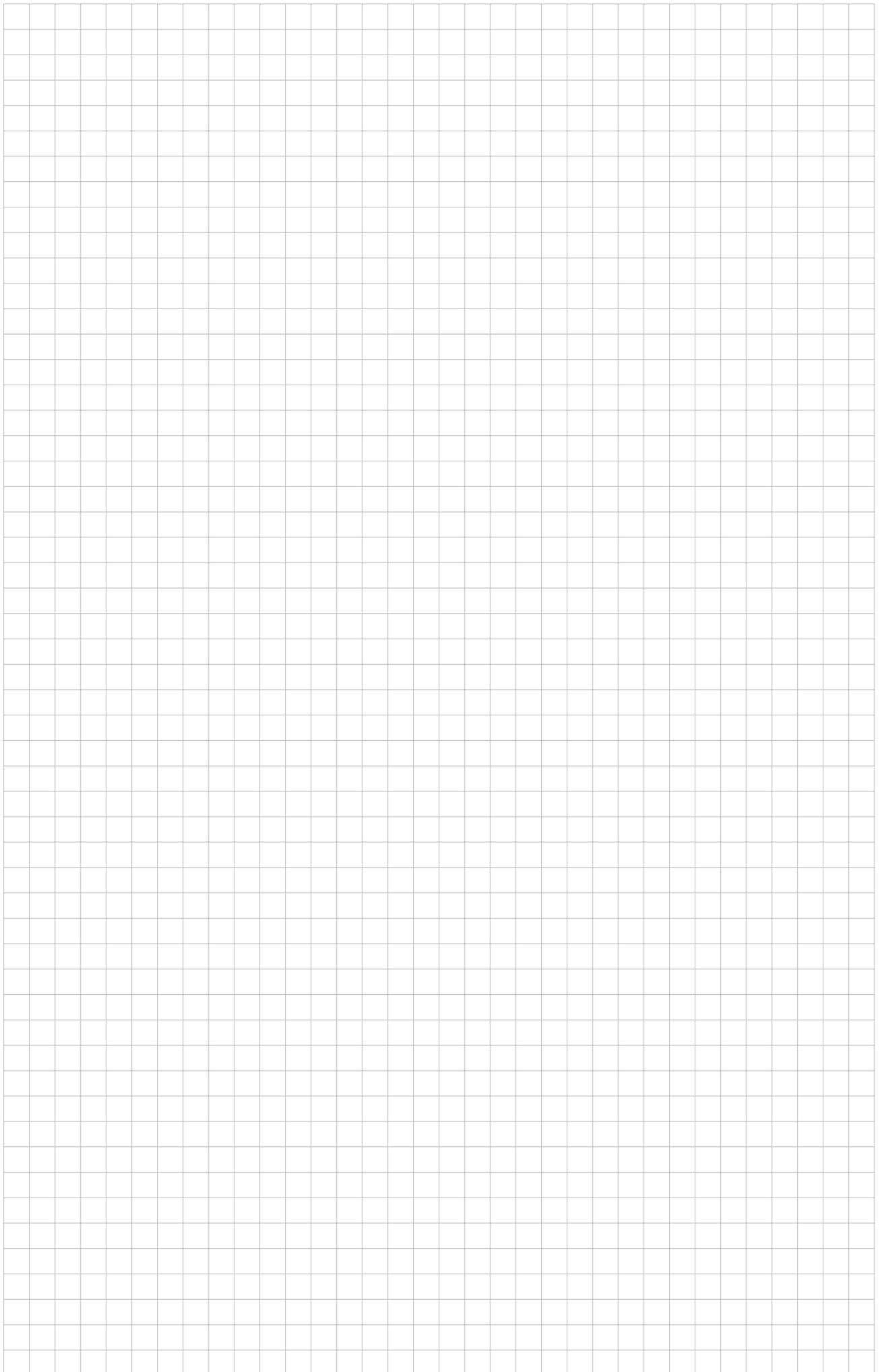
**Aufgabe 1:** (8 Punkte)

Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine stetige Abbildung. Beweisen Sie folgende Aussagen.

(a)  $f$  bildet beschränkte Mengen auf beschränkte Mengen ab. (4 P.)

(b) Gilt  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  und  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ , so ist  $f$  surjektiv. (4 P.)



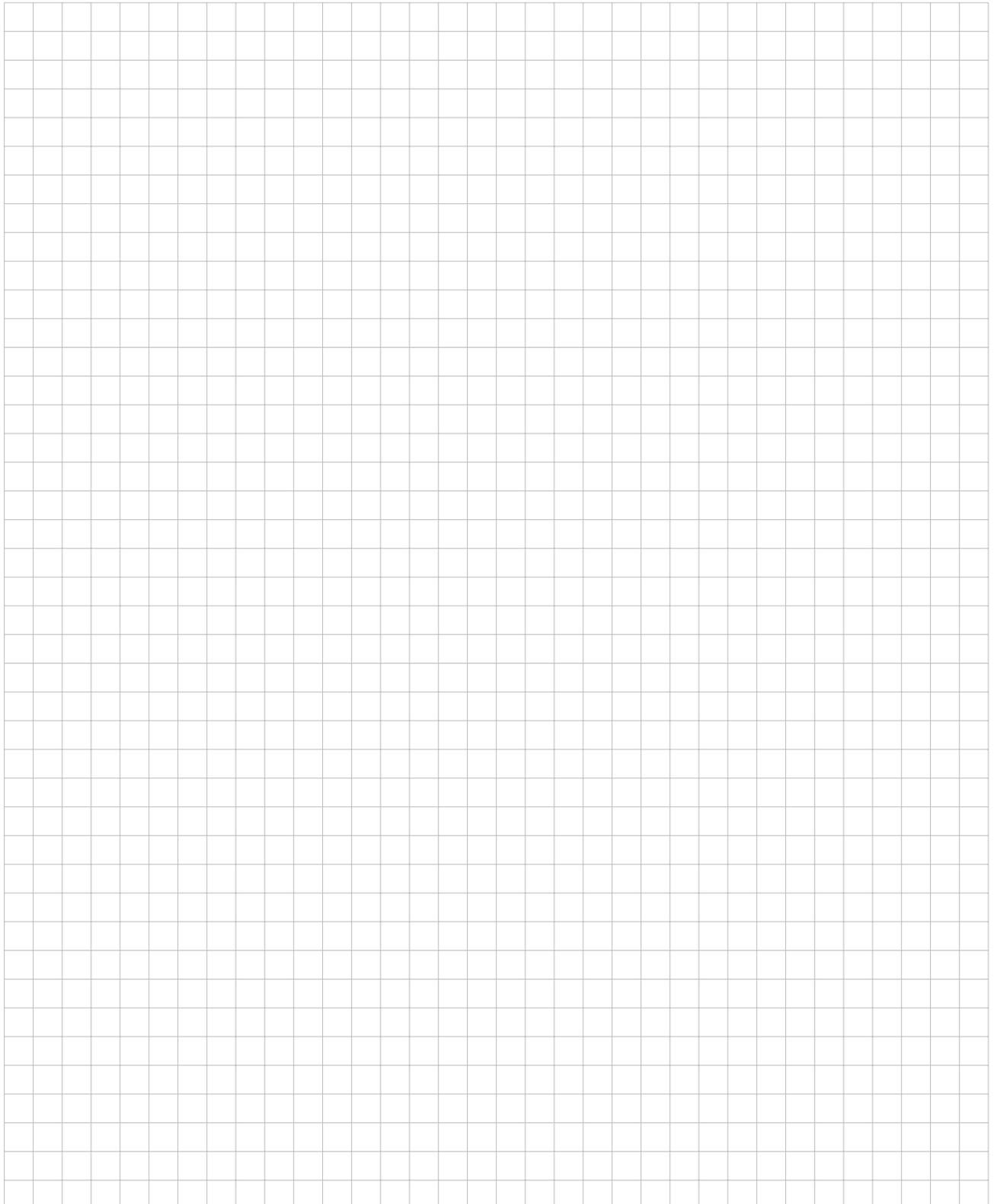


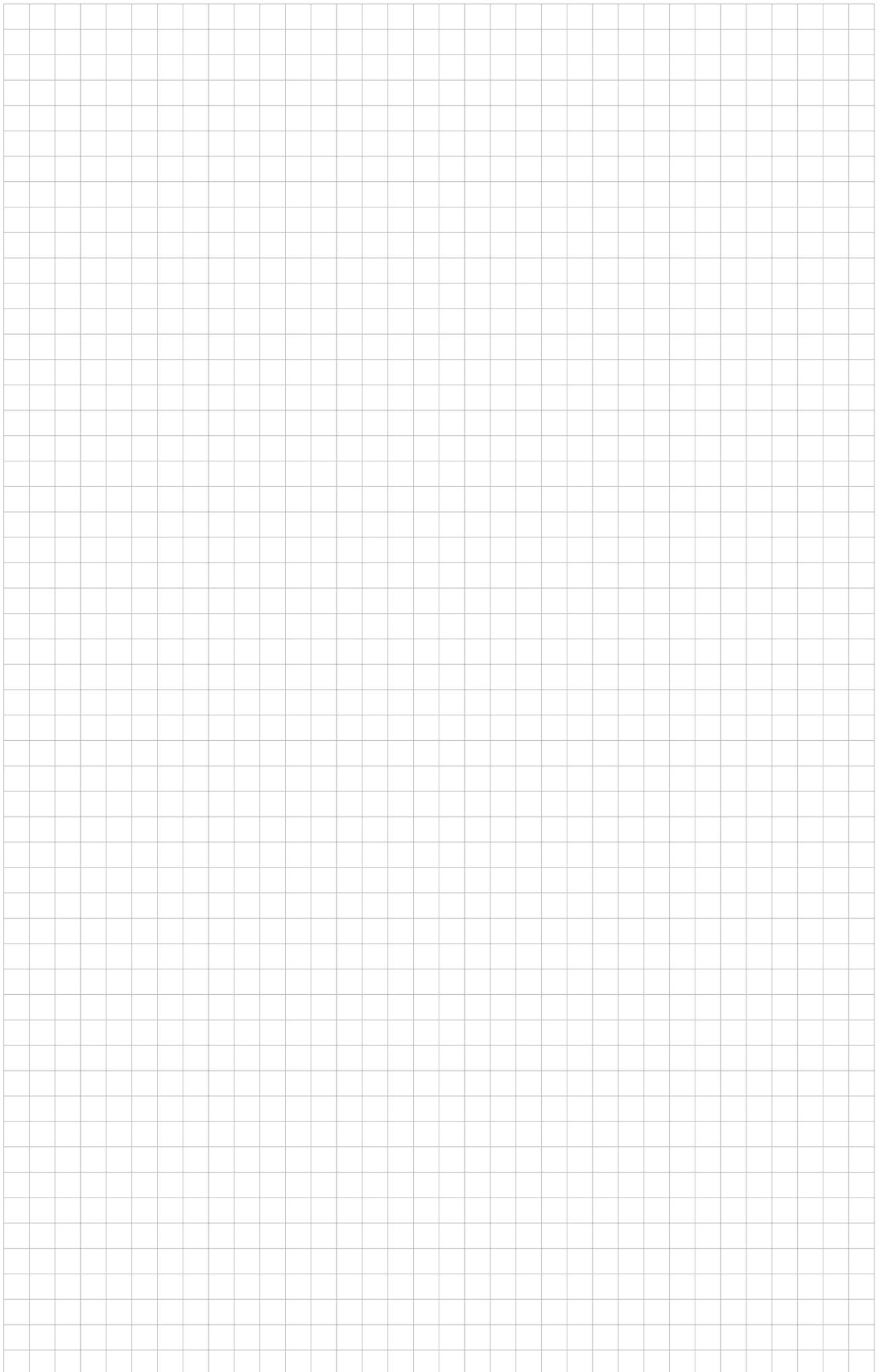
**Aufgabe 2:** (8 Punkte)

Bestimmen Sie die Konvergenzradien folgender Potenzreihen.

(a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n!} z^n,$  (4 P.)

(b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{2n^2} z^n.$  (4 P.)



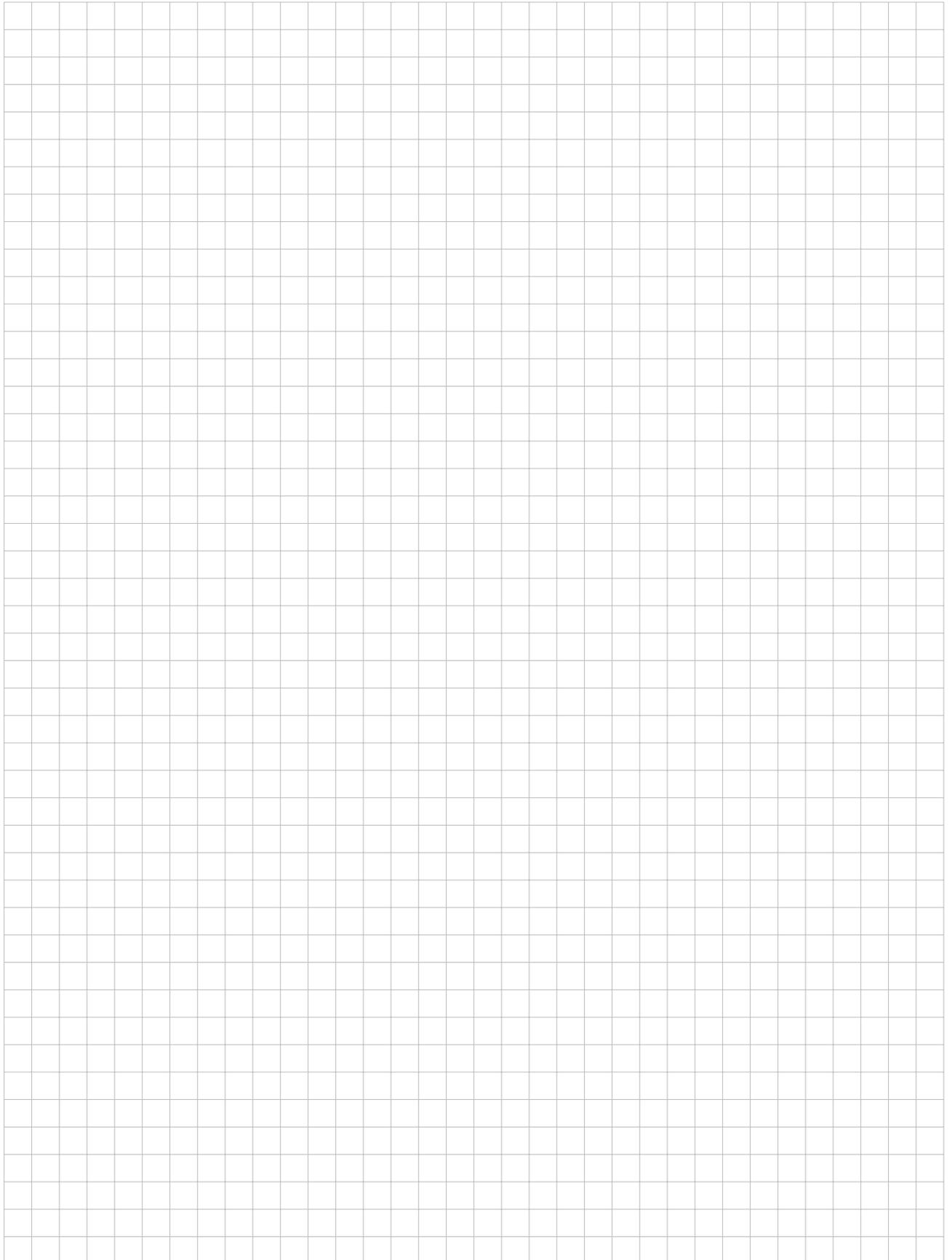


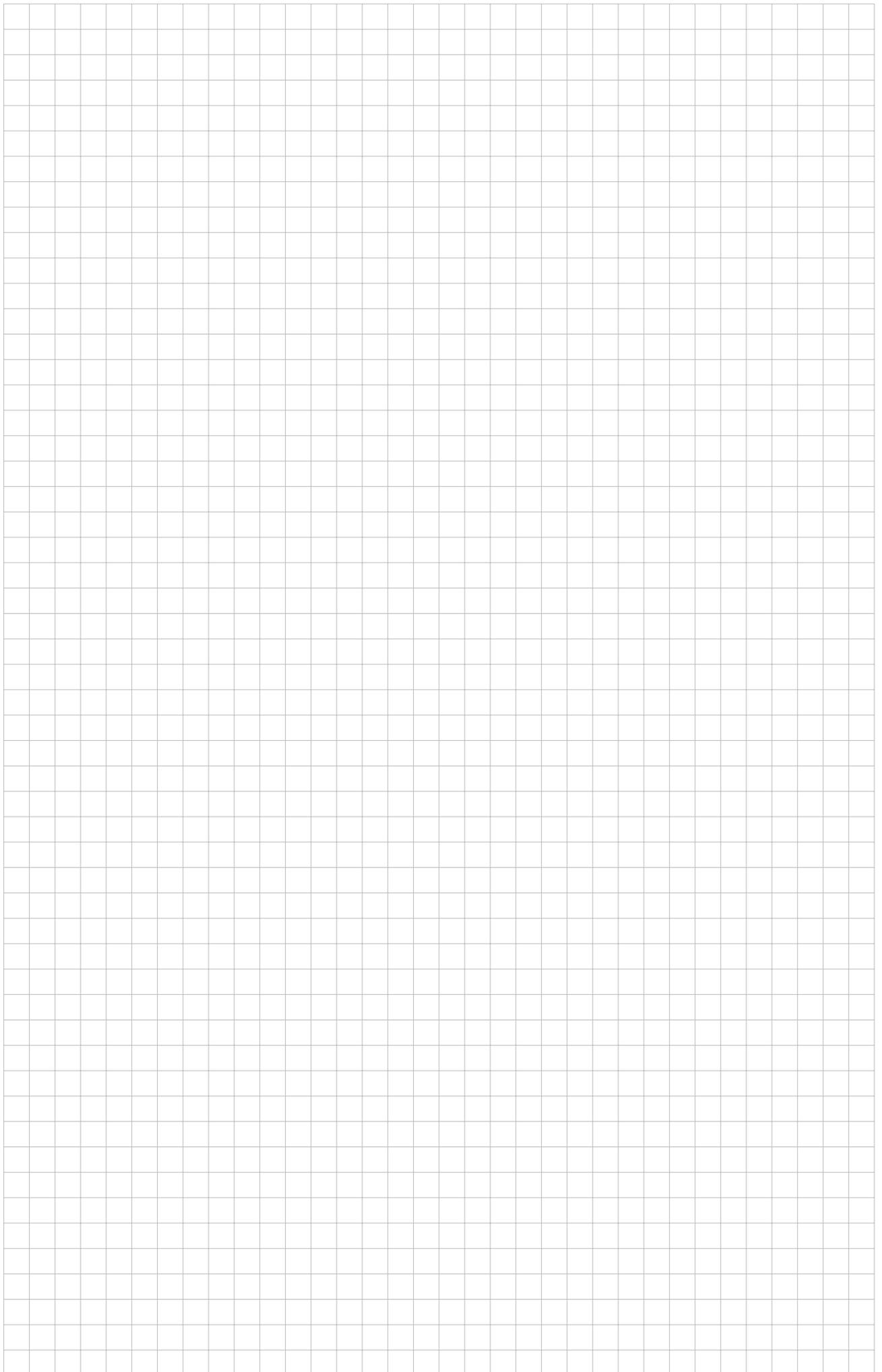
**Aufgabe 3:** (8 Punkte)

Bestimmen Sie folgende Limiten.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x}$ , (4 P.)

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos(x) - 1)^2}{x^2}$ . (4 P.)





**Aufgabe 4:** (8 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) Jede Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ist an mindestens einer Stelle  $x_0 \in \mathbb{R}$  stetig. (3 P.)

(b) Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine Funktion. Ist  $f^2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)^2$  stetig, so auch  $f$ . (3 P.)

(c) Ist  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig, so auch  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{f(x)^2 + 1}$ . (2 P.)

