

Analysis 3

12. Übungsblatt

Präsenzaufgabe 12.1 Schauen Sie den folgenden Film über [den Satz von De Rham](#).

Präsenzaufgabe 12.2 Bestimmen Sie die Allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen.

(a) $\frac{dy}{dt} = -2y + t.$

(b) $\frac{dy}{dt} = 4t\sqrt{y}, \quad y \geq 0.$

Präsenzaufgabe 12.3 Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertprobleme

(a) $\frac{dy}{dt} = ty + 1, \quad y(1) = \sqrt{e}.$

(b) $\frac{dy}{dt} = e^{y-t}, \quad y(2) = -1.$

Präsenzaufgabe 12.4 Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems in $\mathbb{R}^2$

$$\frac{dy}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix}, \quad y(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Hausaufgabe 12.1 Berechnen Sie mit Hilfe des Picard-Lindelöfschen Iterationsverfahrens die Lösung des Anfangswertproblems

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y}{t} + 1, \quad y(1) = 1.$$

Hausaufgabe 12.2 [Forster II, Aufgabe 11.3] Bestimmen Sie eine Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{dy}{dt} = \frac{t-y}{t+y}, \quad (t+y > 0),$$

durch den Punkt $(t_0, y_0) = (0, 1)$.

Hausaufgabe 12.3 [Forster II, Aufgabe 11.2 (b)] Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgende Differentialgleichung.

$$(1+t^2)\frac{dy}{dt} + ty - ty^2 = 0.$$

Anleitung. Verwenden Sie die Substitution $z = \frac{1}{y}$.

Hausaufgabe 12.4 Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems in $\mathbb{R}^2$

$$\frac{dy}{dt} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} t-1 \\ -5t-2 \end{pmatrix}, \quad y(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}.$$