

Lineare Algebra 1

7. Übungsblatt

Präsenzaufgabe P7.1 Bestimme die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 2x_3 &= 0 \\x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 &= 1 \\x_1 + x_3 + 2x_4 &= 1\end{aligned}$$

Was ist die Lösungsmenge des zugehörigen homogenen Gleichungssystems? Gib eine Basis an.

Präsenzaufgabe P7.2 Ist die folgende Matrix invertierbar? Falls ja, bestimme die inverse Matrix.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Präsenzaufgabe P7.3 Sind die folgenden Vektoren über K linear unabhängig?

(i) $v_1 = (1, 1, -1, 2)$, $v_2 = (2, 0, 3, 1)$, $v_3 = (0, -2, 1, -1)$ mit $K = \mathbb{R}$

(ii) $v_1 = (i, -1, 1)$, $v_2 = (0, 1 + i, 2i)$, $v_3 = (1, i + 2, 0)$ mit $K = \mathbb{C}$

Präsenzaufgabe P7.4 [Lang, III, §2. Exercises. 1.] Welche der folgenden Abbildungen sind linear?

(i) $f_1: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f_1(x, y, z) = (x, z)$

(ii) $f_2: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$, $f_2(v) = v + (0, -1, 0, 0)$

Hausaufgabe H7.1 Sind die folgenden Matrizen invertierbar? Falls ja, bestimme die inverse Matrix.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Hausaufgabe H7.2 [Lang, III, §2. Exercises. 1.] Welche der folgenden Abbildungen sind linear?

(i) $g_1: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g_1(x, y) = (2x, y - x)$

(ii) $g_2: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $g_2(x, y) = xy$

(iii) $g_3: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $g_3(z) = \bar{z}$ wobei wir \mathbb{C} als \mathbb{R} -Vektorraum auffassen

(iv) $g_4: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $g_4(z) = \bar{z}$ wobei wir \mathbb{C} als \mathbb{C} -Vektorraum auffassen

Hausaufgabe H7.3 [Lang, III, §2. Exercises. 4.] Sei $T: V \rightarrow W$ eine lineare Abbildung zwischen K -Vektorräumen V und W . Sei U die Menge aller $u \in V$, sodass $T(u) = 0$. Sei $v_0 \in V$ und $w = T(v_0)$. Zeige:

$$\{v \in V \mid T(v) = w\} = v_0 + U.$$

Hierbei ist $v_0 + U = \{v_0 + u \mid u \in U\}$.

Abgabe der Hausaufgaben: Montag, 03.06.2019, 10 Uhr in den blauen Postfächern Nr. 19 (Übung Montag) und Nr. 28 (Übung Dienstag) auf D1 unter Angabe des Namens und der Übungsgruppe.